Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании
кафедры математики и физики
«14» мая 2019г., протокол №9
зав. кафедрой ________ А.П. Горюшкин

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.В.20 «Алгебра»

Направление подготовки (специальность): 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

Профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»
(наименование профиля)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная (заочная, очно-заочная) очная

Курс __1, 2__________ **Семестр** 1, 2, 3, 4_____________

Зачет: _2________ **семестр**

Экзамен: _4________ **семестр**

Год набора - 2018

Петропавловск-Камчатский
2019

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «09» февраля 2016 года № 91.

Разработчик(и):
Профессор кафедры математики и физики
(должность, кафедра)

________________________ А. П. Горюшкин
(подпись)

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – обеспечение высокого уровня профессиональных знаний и умений учителя математики, необходимых ему для грамотного и творческого решения вопросов обучения. Учащийся должен отчетливо усвоить фундаментальные алгебраические идеи, значение важнейших алгебраических результатов и овладеть техникой доказательств. Для достижения этих целей изложение алгебры строится систематически, на уровне строгости принятой в современной математике.

Задачи освоения дисциплины:

1. Формирование системы знаний и умений, связанных с содержанием курса алгебры.
2. Актуализация межпредметных связей, способствующих пониманию особенностей математического образования.
3. Развитие математической культуры будущего преподавателя математики.
4. Приобретение опыта применения базовых алгебраических знаний и основ математического моделирования.
5. Активизация познавательной деятельности студентов в области алгебры и математического моделирования.
6. Стимулирование самостоятельной работы студентов по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Базовая дисциплина. Для изучения дисциплины необходимы знания, умения и компетенции, полученные обучающимися на занятиях по математике в средней общеобразовательной школе. Освоение дисциплины «Алгебра» является необходимой базой для изучения вузовской дисциплины «Математика», прохождения педагогической практики.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины «Алгебра» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки: ОК-3; ОК-6; ПК-4.

Код компетенции	Наименование компетенции	Универсальные дескрипторы сформированности компетенции
ОК-3	Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	**Знать:** основные характеристики и этапы развития естественнонаучной картины мира; место и роль человека в природе; основные способы математической обработки данных; основы современных технологий сбора, обработки и представления информации; способы применения естественнонаучных и математических знаний в общественной и профессиональной деятельности; современные информационные и коммуникационные технологии; понятие «информационная система», классификацию информационных систем и ресурсов. **Уметь:** ориентироваться в системе математических и естественнонаучных знаний как целостных представлений для

		формирования научного мировоззрения; применять понятийно-категориальный аппарат, основные законы естественнонаучных и математических наук в социальной и профессиональной деятельности; использовать в своей профессиональной деятельности знания о естественнонаучной картине мира; применять методы математической обработки информации; оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учётом решаемых профессиональных задач; управлять информационными потоками и базами данных для решения общественных и профессиональных задач. **Владеть:** навыками использования естественнонаучных и математических знаний в контексте общественной и профессиональной деятельности; навыками математической обработки информации.
ОК-6	Способность к самоорганизации и самообразованию	**Знать:** социально-личностные и психологические основы самоорганизации; основные функциональные компоненты процесса самоорганизации (целеполагание, анализ ситуации, планирование, самоконтроль и коррекция); основные мотивы и этапы самообразования; типы профессиональной мобильности (вертикальная и горизонтальная); структуру профессиональной мобильности (внутренняя потребность в профессиональной мобильности, способность и знаниевая основа профессиональной мобильности, самоосознание личностью своей профессиональной мобильности, сформированное на основе рефлексии готовности к профессиональной мобильности); условия организации профессиональной мобильности; различные виды проектов, их суть и назначение; общую структуру концепции проекта, понимает ее составляющие и принципы их формулирования; о концепциях (концептуальных моделях) проектов в будущей профессиональной деятельности; о правовых и экономических основах разработки и реализации проектов в будущей профессиональной деятельности; системы и

		стандарты качества, используемые в будущей профессиональной деятельности; принципы, критерии и правила построения суждений, оценок. **Уметь**: в рамках поставленной цели сформулировать взаимосвязанные задачи, обеспечивающие ее достижение, а также результаты их выполнения; выбирать оптимальный способ решения задачи, учитывая предоставленные в проекте ресурсы и планируемые сроки реализации данной задачи; представлять в виде алгоритма (по шагам и видам работ) выбранный способ решения задачи; определять время, необходимое на выполнение действий (работ), предусмотренных в алгоритме; документально оформлять результаты проектирования; реализовывать спроектированный алгоритм решения задачи (т. е. получить продукт) за установленное время; оценивать качество полученного результата; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; оставлять доклад по представлению полученного результата решения конкретной задачи, учитывая установленный регламент выступлений; видеть суть вопроса, поступившего в ходе обсуждения, и грамотно, логично, аргументировано ответить на него; видеть суть критических суждений относительно представляемой работы и предложить возможное направление ее совершенствования в соответствии с поступившими рекомендациями и замечаниями. **Владеть:** способностью формулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение, определять ожидаемые результаты решения выделенных задач; навыками решения конкретных задач проекта заявленного качества за установленное время; навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта; навыками самообразования, планирования собственной деятельности, оценки результативности и

		эффективности собственной деятельности; навыками организации социально-профессиональной мобильности.
ПК-4	Способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов	**Знать:** специфику начального общего, основного общего, среднего общего образования и особенности организации образовательного пространства в условиях образовательной организации; основные психолого-педагогические подходы к проектированию и организации образовательного пространства (культурно-исторический, деятельностный, личностный) для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета; основные характеристики и способы формирования безопасной развивающей образовательной среды; современные педагогические технологии реализации компетентностного подхода с учетом возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся; методы и технологии поликультурного, дифференцированного и развивающего обучения. **Уметь:** применять современные образовательные технологии, включая информационные, а также цифровые образовательные ресурсы для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения; разрабатывать и реализовывать проблемное обучение, осуществлять связь обучения по предмету (курсу, программе) с практикой, обсуждать с обучающимися актуальные события современности; поддерживать в детском коллективе деловую, дружелюбную атмосферу для обеспечения безопасной развивающей образовательной среды; формировать и реализовывать программы развития универсальных учебных действий, образцов и ценностей социального поведения. **Владеть:** навыками планирования и организации учебно-воспитательного процесса, ориентированного на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов обучения; навыками

		регулирования поведения обучающихся для обеспечения безопасной развивающей образовательной среды.

4. Содержание дисциплины

ДЕ 1. Группа

Понятие группы. Полугруппы и моноиды. Группы. Примеры групп. Группа преобразований множества. Изоморфизмы и гомоморфизмы групп. Простейшие свойства групп. Обобщенный закон ассоциативности. Абелевы группы.

ДЕ 2. Кольцо

Понятие кольца. Кольца. Примеры колец. Кольцо множеств. Свойства колец. Поглощающее свойство нуля и дистрибутивность умножения относительно вычитания. Делители нуля и свойство сократимости. Целостные кольца. Лиевы и булевы кольца. Простейшие свойства колец. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Характеристика кольца.

ДЕ 3. Поле

Понятие поля. Поля. Примеры полей. Простейшие свойства полей. Числовые и нечисловые поля. Конечные поля. Обратимость ненулевых элементов в конечном целостном кольце. Изоморфизмы полей. Простота конечной характеристики поля.

ДЕ 4. Алгебра

Действие в множестве. Таблица Кэли. Свойства коммутативности, ассоциативности, обратимости, сократимости, нейтральный элемент, обратные элементы. Связь дистрибутивности между операциями.

Алгебры. Примеры алгебр. Алгебра множеств. Векторные пространства. Изоморфизмы и гомоморфизмы. Полугруппы преобразований множества и группа обратимых преобразований. Отношение эквивалентности на алгебре. Конгруэнции. Сравнимость по модулю конгруэнции. Гомоморфизмы и конгруэнции алгебраической системы. Факторалгебры. Понятие о прямом произведении алгебр.

ДЕ 5. Алгебраическая система

Бинарные отношения. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения, граф и график бинарного отношения. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности и смежные классы. Фактормножество. Отношение порядка. Упорядоченные множества. Изоморфное представление упорядоченного множества отношением включенбия для подмножеств.

Алгебраические системы. Упорядоченные множества. Упорядоченные кольца и поля. Монотонность операций. Решетки. Булевы решетки и булевы кольца. Подалгебры и решетки подалгебр. Порождающие множества. Понятие о прямом произведении алгебраических систем.

ДЕ 6. Кольцо классов вычетов

Факторкольца. Сравнимость по модулю конгруэнции в целостном кольце. Факторкольцо (кольцо классов вычетов). Примеры факторколец. Факторкольца кольца целых чисел.

Сравнимость в кольце целых чисел. Отношение сравнимости по модулю в кольце целых чисел. Свойства сравнимости. Кольцо классов вычетов целых чисел. Сравнения с неизвестными. Обратимые элементы кольца классов вычетов. Функция Эйлера. Полная и приведенная системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.

Вычисления в гомоморфных образах. Сравнения с неизвестными. Классы решений сравнения произвольной степени. Сравнения первой степени и неопределенные уравнения первой степени с двумя неизвестными. Система сравнений первой степени. Китайская теорема об остатках для кольца классов вычетов по модулю m.

Поля классов вычетов. Строение мультипликативной группы конечного поля. Первообразные корни. Дискретные логарифмы (индексы) и их применение.

ДЕ 7. Поле комплексных чисел

Комплексные числа. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Единственность поля комплексных чисел с точностью до изоморфизма. Геометрическое представление комплексных чисел.

Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корней в поле комплексных чисел. Геометрическое представление корней n–ой степени. Корни из единицы. Первообразные корни.

ДЕ 8. Кольцо многочленов от одного переменного над полем

Простое трансцендентное расширение кольца. Многочлены над целостным кольцом. Многочлен как целая рациональная функция. Кольцо многочленов. Степень многочлена.

Корни многочлена. Деление на нормированный многочлен и корни многочлена. Теорема Безу и схема Горнера. Кратные корни. Формальная производная многочлена. Связь между кратностями корней многочлена и его производной.

Наибольшее возможное число корней многочлена над целостным кольцом. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Формулы Виета. Алгебраические уравнения третьей и четвертой степени. Формулы Кардано и метод Феррари.

ДЕ 9. Делимость

Теория делимости в кольце целых чисел. Теорема о делении с остатком и ее приложения. Систематическая запись целых чисел. Наибольший общий делитель двух чисел и алгоритм Евклида. Решето Эратосфена и бесконечность множества простых чисел. Существование интервалов заданной длины между последовательными простыми числами.

Аддитивные задачи о простых числах. Трудные задачи арифметики. Проблема простых чисел близнецов, проблема Гольдбаха-Эйлера. Совершенные числа и простые числа Мерсенна. Достижения российских математиков в аддитивной теории чисел. Результаты И.М. Виноградова и Л.Г. Шнирельмана.

Идеалы в кольце целых чисел. Наименьшее общее кратное. Простые числа и разложение целого числа в произведение простых чисел и его единственность. Решето Эратосфена. И бесконечность множества простых чисел.

Теория делимости в кольце многочленов. Деление с остатком в кольце многочленов над полем. Наибольший общий делитель многочленов и алгоритм Евклида. Идеалы в кольце многочленов над полем. Наименьшее общее кратное многочленов.

Многочлены, неприводимые над полем. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность. Неприводимые кратные множители и кратные корни многочлена.

Теория делимости в целостном кольце. Отношение делимости в целостном кольце и его простейшие свойства. Ассоциированность и смежные классы по ассоциированности. Делимость и идеалы кольца.

Простые и составные элементы целостного кольца. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Пример числового кольца с неоднозначным разложением на множители.

ДЕ 10. Система линейных уравнений

Системы линейных уравнений. Арифметическое векторное пространство. Система линейных уравнений. Следствие системы. Равносильные системы. Элементарные преобразования системы и решение системы методом Гаусса.

Системы однородных линейных уравнений. Подпространство решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы однородных линейных уравнений. Условие существования ненулевого решения.

ДЕ 11. Матрица

Матрицы. Операции над матрицами. Обратная матрица. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Сохранение строчечного и столбцового рангов матрицы при элементарных преобразованиях строк или столбцов. Вычисление ранга матрицы при помощи элементарных преобразований строк и столбцов.

Условия обратимости матрицы и нахождение обратной матрицы. Элементарные матрицы. Матричная запись и решение системы линейных уравнений. Кольцо квадратных матриц и его центр.

ДЕ 12. Определитель

Подстановки. Симметрическая группа и ее порождающие. Циклы и транспозиции. Представление подстановки в виде произведения транспозиций. Четность и знак подстановки. Знакопеременная группа. Перестановочные матрицы.

Определитель квадратной матрицы. Определители малых порядков. Определитель n-го порядка. Свойства определителя. Определитель и элементарные преобразования матрицы. Определитель произведения матриц. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства определителя нулю.

Применения определителя. Теорема о ранге матрицы. Формула обратной матрицы. Правило Крамера. Условия, при которых система из n однородных уравнений с n неизвестными имеет ненулевое решение. Исследование системы линейных уравнений при помощи миноров матриц системы.

ДЕ 13. Векторное пространство

Векторные пространства. Понятие векторного пространства. Примеры векторных пространств. Арифметическое n-мерное векторное пространство. Подпространство и порождающие элементы подпространства. Конечномерные пространства.

Размерность векторного пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Основная теорема о линейной зависимости (теорема Штейница о замене). Размерность. Изоморфизм векторных пространств равных размерностей. Векторная запись системы уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Доджсона-Кронекера-Капелли).

Решетка подпространств. Сумма и прямая сумма подпространств. Строение конечномерного векторного пространства. Подпространство решений системы линейных однородных уравнений. Линейные многообразия. Линейное многообразие решений системы линейных уравнений.

ДЕ 14. Евклидово пространство

Евклидово векторное пространство. Норма вектора. Ортогональность и ортогонализация. Процедура ортогонализации. Существование ортонормированного базиса и изоморфизм евклидовых пространств равных размерностей.

Ортогональные дополнения к подпространству. Строение конечномерных евклидовых пространств. Альтернатива Фредгольма. Подпространство векторного пространства как множество решений однородной системы линейных уравнений. Гиперплоскости. Строение линейного многообразия конечномерного векторного пространства.

ДЕ 15. Линейное преобразование

Линейные отображения. Ядро и образ линейного отображения. Линейные преобразования. Операции над линейными операторами. Кольцо линейных операторов.

Матрица линейного преобразования. Вычисление координатной строки образа вектора при линейном преобразовании. Матрица перехода к новому базису. Связь между матрицами линейного преобразования относительно различных базисов.

Линейные алгебры. Полная матричная алгебра. Изоморфизм линейной матричной алгебры и алгебры линейных преобразований. Группа обратимых линейных преобразований. Линейные группы. Примеры линейных алгебр над различными полями, поле комплексных чисел и тело кватернионов.

ДЕ 16. Собственный вектор

Инвариантные подмножества линейных пространств. Инвариантные подпространства. Матрица линейного оператора, имеющего инвариантное подпространство. Одномерные инвариантные подпространства. Инвариантные подпространства в трехмерном действительном векторном пространстве.

Собственные векторы и собственные значения линейного преобразования. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного преобразования. Коэффициенты характеристического многочлена, след матрицы Спектр линейного оператора. Линейные преобразования с простым спектром. Алгебраическая и геометрическая кратности собственных значений.

Подобные матрицы. Подобие матриц. Равенство характеристических уравнений подобных матриц. Диагональные матрицы. Представимость линейного преобразования диагональной матрицей. Условия, при которых матрица подобна диагональной матрице.

ДЕ 17. Подгруппа

Подгруппы. Необходимое и достаточное условие «быть подгруппой». Подгруппы симметрической группы. Теорема Кэли.

Циклические подгруппы. Порождающие элементы. Порядок элемента. Конечные и бесконечные циклические подгруппы. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп равных порядков. Гомоморфные образы циклических групп. Подгруппы циклических групп. Цикличность конечной подгруппы мультипликативной группы поля.

ДЕ 18. Смежный класс по подгруппе

Сравнимость по модулю подгруппы. Смежные классы по подгруппе. Равномощность смежных классов. Теорема Лагранжа и ее применения. Подгруппы конечного индекса. Терема Эйлера. Строение конечных групп движений плоскости.

ДЕ 19. Действие группы на множестве

Действие группы на множестве. Орбита и стабилизатор элемента. Связь с длиной орбиты и индекса стабилизатора элемента. Группы автоморфизмов алгебр и алгебраических систем.

ДЕ 20. Факторгруппа

Гомоморфизмы групп. Ядро группового гомоморфизма. Нормальные делители группы. Сопряженные элементы и классы сопряженных элементов.

Факторгруппа. Естественный гомоморфизм. Теорема о гомоморфизмах групп. Простые группы. Простота A_n при $n > 4$. Теорема об изоморфизме. Решетка промежуточных подгрупп $L(G, N)$ и решетка подгрупп факторгруппы G/N.

Копредставление группы. Свободные группы и их гомоморфизмы. Теорема Дика. Прямые произведения групп. Копредставление прямого произведения. Понятие о полупрямом произведении групп. Условия разложения группы в прямое произведение.

Конечнопорожденные абелевы группы. Коммутант и центр группы. Факторгруппа по коммутанту. Свободные абелевы группы. Прямые произведения абелевых групп. Строение конечно порожденных абелевых групп.

ДЕ 21. Разрешимость

Разрешимые группы. Ряд коммутантов (производных) группы. Понятие разрешимости. Подгруппа и факторгруппа разрешимой группой. Неразрешимость простой неабелевой группы. Простота групп A_5 и неразрешимость групп S_n при $n>4$. О верхнем центральном ряде и нильпотентности.

ДЕ 22. Нормализатор

Действие группы сопряжениями на множестве подгрупп. Стабилизатор подгруппы при действии сопряжениями на подгруппы. Число сопряжений подгруппы. Число сопряжений подгрупп конечного индекса. О теоремах Силова и числе силовских p-подгрупп конечной группы.

ДЕ 23. Централизатор

Действие группы сопряжениями на множестве своих элементов. Стабилизатор элемента при действии группы сопряжениями. Формула классов. Число сопряжений элемента и формула классов. Нетривиальность центра p-группы. Нильпотентность и разрешимость p-групп. Абелевость групп порядка p^2.

ДЕ 24. Группа автоморфизмов

Автоморфизмы алгебраической системы. Полугруппа эндоморфизмов и группа автоморфизмов группы. Внутренние автоморфизмы. Подгруппа $Inn(G)$ внутренних автоморфизмов группы G. Нормальность $Inn(G)$ в группе $Aut(G)$. Изоморфизм групп $Inn(G)$ и $G/Z(G)$. Автоморфизмы абелевых групп. Автоморфизмы неабелевых групп. Примеры групп, не являющихся группами автоморфизмов никакой группы.

ДЕ 25. Подкольцо

Подкольца. Необходимое и достаточное условие «быть подкольцом». Подкольца целостных колец.

Подкольца полей. Изоморфное вложение целостных колец в поля. Поле частных целостного кольца. Числовые кольца и числовые поля. Подкольца кольца целых чисел. Подкольца поля рациональных чисел. Несчетность множества подколец поля рациональных чисел.

ДЕ 26. Идеал

Понятие идеала. Идеал и отношение делимости в целостном кольце. Прямые произведения колец. Внешнее прямое произведение. Разложение кольца в прямое произведение.

Условия разложимости кольца в прямое произведение. Прямое произведение факторколец. Разложение в прямое произведение кольца классов вычетов целых чисел. Мультипликативное свойство функции Эйлера. Китайская теорема об остатках для произвольных целостных колец.

ДЕ 27. Факторкольцо

Гомоморфизмы колец. Гомоморфизм колец и ядро гомоморфизма. Идеалы кольца как ядра гомоморфизмов. Факторкольцо. Примеры факторколец, кольцо классов вычетов по модулю m. Естественный гомоморфизм. Теорема о гомоморфизмах колец. Простые кольца. Простота полей.

ДЕ 28. Кольцо главных идеалов

Идеалы кольца. Сумма и пересечение идеалов. Главные идеалы. Делимость в кольце и включение для главных идеалов. Наибольший общий делитель элементов кольца и сумма идеалов. Наименьшее общее кратное элементов кольца и пересечение идеалов. Примеры колец главных идеалов: целые числа и многочлены над полем. Примеры колец с неглавными идеалами: $\mathbf{Z}[x]$ и $\mathbf{R}[x, y]$. Нётеровы кольца.

ДЕ 29. Евклидово кольцо

Теорема о делении с остатком. Евклидовы кольца. Примеры евклидовых колец. Кольцо целых чисел и кольцо многочленов с коэффициентами из поля. Однопорожденность идеалов евклидовых колец. Примеры неевклидовых колец.

ДЕ 30. Факториальное кольцо

Факториальные кольца. Простые и составные элементы целостного кольца с единицей. Факториальные (гауссовы) кольца. Примеры факториальных и не факториальных колец. Факториальность колец главных идеалов. Примеры факториальных, но неевклидовых колец.

ДЕ 31. Факториальное кольцо многочленов

Сохранение факториальности при простом трансцендентном расширении. Примитивные многочлены. Лемма Гаусса. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Сохранение нётеровости при простом трансцендентном расширении кольца.

Многочлены над полем рациональных чисел. Многочлены с целыми и рациональными коэффициентами. Рациональные корни многочленов. Необходимые условия «быть рациональным корнем» для многочлена с целыми коэффициентами.

Неприводимые над полем Q многочлены. Достаточное условие неприводимости над полем **Q** многочлена с целыми коэффициентами (критерий неприводимости Эйзенштейна). Неприводимые над полем рациональных чисел многочлены.

ДЕ 32. Многочлен от нескольких переменных

Кратное трансцендентное расширение кольца. Многочлены от нескольких переменных. Степень многочлена. Факториальность кольца многочленов от нескольких переменных с коэффициентами из поля.

Поле рациональных дробей. Изоморфная вложимость поля в неизоморфное ему поле. Нётеровость кольца многочленов с коэффициентами из поля. Теорема Гильберта о базисе.

ДЕ 33. Симметрический многочлен

Действие подстановки на многочлен от нескольких переменных. Понятие симметрического многочлена. Словарное упорядочение одночленов; высший член произведения многочленов. Подкольцо симметрических многочленов и его порождающие.

Основная теорема о симметрических многочленах. Высший член симметрического многочлена. Основная теорема о симметрических многочленах. Следствия из основной теоремы о симметрических многочленах и формул Виета. Степенные суммы.

ДЕ 34. Дискриминант

Понятие дискриминанта. Кратные корни многочлена. Необходимое и достаточное условие существования кратных корней. Дискриминант многочлена как симметрический многочлен от корней. Вычисление дискриминанта многочленов второй и третьей степеней.

ДЕ 35. Результант

Решение системы из двух алгебраических уравнений с двумя неизвестными. Результант двух многочленов. Результант как симметрический многочлен от корней многочленов. Исключение переменной их двух уравнений с двумя переменными с помощью результанта. Связь между результантом и дискриминантом.

ДЕ 36. Алгебраическая замкнутость

Поле разложения многочлена. Теорема Кронекера о расширении поля с помощью корня многочлена с коэффициентами из этого поля. Поле разложения многочлена. Единственность поля разложения многочлена с точностью до изоморфизма.

Многочлены над полем комплексных чисел. Многочлены над полем рациональных и действительных чисел. Незамкнутость полей **Q** и **R.** Многочлены над полем комплексных чисел. Лемма о модуле старшего члена многочлена. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел (основная теорема алгебры). Неприводимые над полем комплексных чисел многочлены.

ДЕ 37. Многочлен с действительными коэффициентами

Многочлены над полем действительных чисел. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые множители в кольце многочленов с действительными коэффициентами. Разложение многочлена с действительными коэффициентами в произведение многочленов с действительными коэффициентами первой и второй степени.

Вычисление действительных корней. Задача об отделении действительных корней многочлена. Границы корней многочлена с действительными коэффициентами. Система многочлены Штурма. Отделение корней методом Штурма. Вычисление корней с заданной точностью различными методами (метод хорд, касательных, Ньютона, дихотомии и т.п.).

ДЕ 38. Расширение поля

Подполя и расширения полей. Простые поля. Простые алгебраические расширения поля. Существование простого алгебраического расширения и его строение. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби. Алгебраичность простого алгебраического расширения.

Конечные расширения полей. Составное алгебраическое расширение. Теорема о примитивном элементе. Простота и алгебраичность составного алгебраического расширения.

ДЕ 39. Алгебраическое число

Алгебраические числа над полем. Алгебраические числа. Поле алгебраических чисел, Алгебраическая замкнутость поля алгебраических чисел. Алгебраические расширения. Счетность множества алгебраических чисел. Существование алгебраического замыкания для любого поля (теорема Штейница).

ДЕ 40. Трансцендентное число

Трансцендентные расширения полей. Простые трансцендентные расширения полей. Трансцендентные числа. Трансцендентность чисел e и π. Несчетность множества трансцендентных чисел.

Строение расширения поля. Изоморфизм простых алгебраических расширений данного поля. Алгебраическая независимость над полем. Строение произвольного расширения поля (Теорема Штейница о расширении).

ДЕ 41. Геометрическая задача на построение циркулем илинейкой

Разрешимость уравнений в квадратных радикалах. Теорема Ванцеля об условиях разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах.

Геометрические задачи на построение циркулем и линейкой. Примеры геометрических задач на построение циркулем и линейкой, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.

Неразрешимость классических геометрических задач на построение. Удвоение куба, деление угла на три равные части, построение правильного семиугольника. Критерий возможности построения правильного n-угольника (теорема Гаусса). О трансцендентности числа π и неразрешимости задачи о квадратуре круга.

ДЕ 42. Группа Галуа

Понятие о разрешимости уравнения в радикалах. Простые радикальные расширения. Автоморфизмы поля разложения многочлена, оставляющие поле коэффициентов неподвижным. Соответствие Галуа. Группа Галуа и основная теорема теории Галуа. Связь между простотой знакопеременной группы пятой степени и неразрешимостью уравнений выше пятой степени в радикалах.

Тематическое планирование по дисциплине

Семестр 1

№	Наименование модуля	Лекции	Практические зан. / семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Основные алгебраические структуры	10	20	0	24	54
	Всего:	10	20	0	24	54

Тематическое планирование:

Модуль 1. Основные алгебраические структуры

№ темы	Наименование темы (работы)	Вид	Часы	Компетенции по теме
1	Множества, отношения, операции, свойства. Бинарные отношения	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Понятие группы. Свойства групп	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Понятие кольца, Действия в множестве.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Поле.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Поле комплексных чисел	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Множества, операции над ними	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Свойства операций над множествами. Отношения между множествами	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Алгебры	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Группы	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Кольца	Пр./сам.		ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Гомоморфизмы, изоморфизмы	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Бинарные отношения	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Поле комплексных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Операции над комплексными числами	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Многочлены от одного переменного над полем	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Свойства операций над множествами. Отношения между множествами	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Алгебры	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Группы	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Кольца	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Гомоморфизмы, изоморфизмы	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Бинарные отношения	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4

Семестр 2

№	Наименование модуля	Лекции	Практики / семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов

2	Векторные пространства и линейные отображения	10	20	0	42	72
	Всего:	10	20	0	42	72

Тематическое планирование:

Модуль 2. Векторные пространства и линейные отображения

№ темы	Наименование темы (работы)	Вид	Часы	Компетенции по теме
1	Системы линейных уравнений	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Матрицы	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Определитель квадратной матрицы.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Векторные пространства	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Евклидово векторное пространство	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Линейные уравнения			ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Матрицы и определители	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Системы линейных уравнений	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Векторные пространства	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Подпространства	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Ортогонализация системы векторов	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Ортогональные дополнения к подпространству	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Собственные значения линейного оператора	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Подобные матрицы	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Контрольная работа	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Системы линейных уравнений	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Системы однородных линейных уравнений.	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Матрицы.	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Подстановки	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Определитель квадратной матрицы.	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Вычисление определителей	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Применения определителя	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4

Семестр 3

Модули:

№	Наименование модуля	Лекции	Практики / семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
3	Группы и кольца	10	20	0	24	54
	Всего:	10	20	0	24	54

Модуль 3. Группы и кольца

№ темы	Наименование темы (работы)	Вид	Часы	Компетенции по теме
1	Подгруппы. Теорема Кэли.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Действие группы на множестве. Группы автоморфизмов алгебраических систем	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Циклические подгруппы. Смежные классы по подгруппе. Теорема Лагранжа.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Гомоморфизмы и нормальные делители. Факторгруппа. Теорема о гомоморфизмах групп.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Внешнее прямое произведение. Разложение группы в прямое произведение.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Многочлены от одной переменной. Корни.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Нахождение рациональных корней.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Подгруппы.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Группы.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Смежные классы.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Контрольная работа.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Прямое произведение колец. Булевы кольца.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Евклидовы и Гауссовы кольца.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Критерий неприводимости Эйзенштейна. Индивидуальный контроль	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Многочлены над конечными полями	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Морфизмы основных алгебраических структур"	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Строение алгебр"	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4

3	Многочлены от одной переменной. Корни.	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Нахождение рациональных корней.	Сам.р.	5	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Подгруппы.	Сам.р.	4	ОК-3; ОК-6; ПК-4

Семестр 4
Модули:

№	Наименование модуля	Лекции	Практики / семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего часов
4	Поля и многочлены	10	20	0	6	36
Всего:		10	20	0	6	36

Модуль 4. Поля и многочлены

№ темы	Наименование темы (работы)	Вид	Часы	Компетенции по модулю
1	Кратное трансцендентное расширение кольца	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Простые трансцендентные расширения полей	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Простые алгебраические расширения полей	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Конечные расширения полей	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Алгебраические и трансцендентные числа.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Действия в кольце многочленов от нескольких переменных.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Применения основной теоремы о симметрических многочленах.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Результант двух полиномов	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Многочлены над полем комплексных чисел	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Контрольная работа	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Отделение действительных корней многочлена методом Штурма.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Алгебраические и трансцендентные числа	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Разрешимость уравнений в квадратных радикалах	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Контрольная работа	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Кратное трансцендентное	Сам.р.	1	ОК-3; ОК-6; ПК-4

	расширение кольца			
2	Свойства кольца многочленов от нескольких переменных	Сам.р.	1	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Теорема Гильберта о базисе	Сам.р.	1	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах	Сам.р.	1	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Лемма Кронекера. Теорема Штейница	Сам.р.	1	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Многочлены над полем комплексных чисел	Сам.р.	1	ОК-3; ОК-6; ПК-4

6. Самостоятельная работа

6.1. Планы семинарских и практических занятий

Планы практических и семинарских занятий

Семестр 1

№ п/п	Тема занятия
1	Множества, операции над ними
2	Свойства операций над множествами. Отношения между множествами
3	Алгебры
4	Группы
5	Кольца
6	Гомоморфизмы, изоморфизмы
7	Бинарные отношения
8	Поле комплексных чисел
9	Операции над комплексными числами
10	Контрольная работа

Семестр 2

№ п/п	Тема занятия
1	Матрицы и определители
2	Системы линейных уравнений
3	Векторные пространства
4	Подпространства
5	Ортогонализация системы векторов
6	Ортогональные дополнения к подпространству
7	Собственные значения линейного оператора
8	Подобные матрицы
9	Диагональные матрицы
10	Контрольная работа

Семестр 3

№ п/п	Тема занятия
1	Многочлены от одной переменной. Корни.
2	Нахождение рациональных корней.
3	Подгруппы.
4	Группы.
5	Смежные классы.
6	Контрольная работа.
7	Прямое произведение колец. Булевы кольца.
8	Евклидовы и Гауссовы кольца.
9	Критерий неприводимости Эйзенштейна.
10	Контрольная работа

Семестр 4

№ п/п	Тема занятия
1	Действия в кольце многочленов от нескольких переменных.
2	Применения основной теоремы о симметрических многочленах.
3	Результант двух полиномов
4	Многочлены над полем комплексных чисел
5	Контрольная работа
6	Отделение действительных корней многочлена методом Штурма.
7	Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
8	Алгебраические и трансцендентные числа
9	Разрешимость уравнений в квадратных радикалах
10	Контрольная работа

При проведении аудиторных занятий и комплектовании заданий для самостоятельной домашней работы используются следующие сборники задач по алгебре:

1. Сборник задач по алгебре: Учеб. пособие / Под ред. А.И. Кострикина. – М.: Факториал, 1995.
2. Практические занятия по алгебре и теории чисел / М.П. Лельчук и др. - Мн.: Выш. шк., 1996.
3. Варпаховский Ф.Л., Солодовников А.С. Задачник-практикум по алгебре. Часть I. – М.: Просвещение, 1982.
4. Нечаев В.А, Задачник-практикум по алгебре. Группы. Кольца. Поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения. – М.: Просвещение, 1983.
5. Солодовников А.С., Родина М.А. Задачник-практикум по алгебре. Часть IV. – М.: Просвещение, 1985.
6. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры: Учебник для вузов. – М.: Физматгиз, 1994.
7. Горюшкин А.П. Краткий курс алгебры и теории чисел. – Изд-во Камчатск. гос. пед. ун-та. Петропавловск-Камчатский, 2000.

Приводятся также примерные варианты заданий для всех контрольных работ.

Формой отчетности по дисциплине «Алгебра» является подготовка курсовой и выпускной квалификационной работы по дисциплине. Поэтому здесь приводится примерная тематика курсовых и выпускных квалификационных работ по алгебре.
Эти материалы предназначены преподавателю, ведущему практические занятия, и студентам для организации самостоятельной работы по дисциплине, а также студентам, самостоятельно изучающим дисциплину по индивидуальным графикам.

Тематика и содержание практических занятий по семестрам.

№ занятия	Тема занятия	Задачи для работы в аудитории	Задачи для самостоятельной работы
Семестр 1			
1	Множества, операции над ними	[1] 5501- 5506, [2] тест 21, [4] глава I § 3, 4-9	[1] 5507- 5510, [2] тест 21, домашнее задание? [4] глава I § 3, 10-20
2	Свойства операций над множествами. Отношения между множествами	[1] 5601- 5606, [4] глава I § 3, 27-30	[1] 5607- 5613? [4] глава I § 3, 31-32
3	Алгебры	[1] 6301- 6306, [2] тест 24, [4] § 9, 2-10	[1] 6307- 6314, [2] тест 24, домашнее задание, [4] § 9, 11-20
4	Группы	[1] 6601- 6608, [4] глава I § 9, 60-66	[1] 6309- 6316, [4] глава I § 9, 67-69
5	Кольца	[1] 5701- 5706, [2] тест 21, [4] глава I § 1, 3-10, [4] глава I § 2, 2-8	[1] 5707- 5714, [2] тест 21, домашнее задание, [4] глава I § 1, 11-20: [4] глава I § 2, 9-15
6	Гомоморфизмы, изоморфизмы	[2] тест 7, [3] § 3, 4-8,	[2] тест 7, домашнее задание, [3] § 3, 9-17
7	Бинарные отношения	[4] глава I § 2, 2-15, [1] 5401 -5404	[4] глава I § 2, 16-27 [1] 5405 -5409
8	Поле комплексных чисел	[4] глава I § 3, 27-29, [1] 5520 -5532	[4] глава I § 2, 30-32, [1] 5533 -5433
9	Операции над комплексными	[6] глава 4 § 2,	[6] глава 4 § 2, упр. 11-

№ занятия	Тема занятия	Задачи для работы в аудитории	Задачи для самостоятельной работы
	числами	упр. 1-10	20
10	Контрольная работа		
	Семестр 2		
1	Матрицы и определители	[2] тест 47, 48,49	[2] тест 47, 48,49, 50 домашнее задание,
2	Системы линейных уравнений	[2] тест 17, [3] § 9, 1-4	[2] тест 17, домашнее задание, [3] § 9, 5-17
3	Векторные пространства	[2] тест 25, [4] глава I § 10, 5-10	[2] тест 25, домашнее задание, [4] глава I § 10, 11-19
4	Подпространства	[5] глава I § 1, Упр. 1-2	[5] глава I § 2, Упр. 1-2
5	Ортогонализация системы векторов	[5] глава I § 1, Упр. 3-4	[5] глава I § 1, Упр. 5-7
6	Ортогональные дополнения к подпространству	[5] глава I § 3, Упр. 11-12	[5] глава I § 3, Упр. 13-14
7	Собственные значения линейного оператора	[5] глава I § 2, Упр. 3-4, § 3, Упр. 5-7,	[5] глава I § 2, Упр. 5-6, § 3, Упр. 1-4,
8	Подобные матрицы	[2] тест 19, [3] § 9, 1-4	[2] тест 19, домашнее задание, [3] § 9, 5-17
9	Диагональные матрицы	[2] тест 11, [3] § 5, 1-2	[2] тест 11, домашнее задание, [3] § 5, 3-4
10	Контрольная работа		
	Семестр 3		
1	Многочлены от одной переменной. Корни.	[2] тест 19, [3] § 10, 1-9	[2] тест 19, домашнее задание, [3] § 10, 10-15
2	Нахождение рациональных корней.	[1] 6311- 6316, [2] тесты 18, 22, [4] глава I § 4, 5-10	[1] 6311- 6316, [2] тесты 18, 22, домашние задания, [4] глава I § 4, 11-20
3	Подгруппы.	[2] тест 30,	[2] тест 30, домашнее задание
4	Группы.	[2] тест 32, [4] глава III § 2, 4-10	[2] тест 32, домашнее задание, [4] глава III § 2, 11-19
5	Смежные классы.	[2] тест 31,	[2] тест 31, домашнее задание

№ занятия	Тема занятия	Задачи для работы в аудитории	Задачи для самостоятельной работы
6	Контрольная работа.	[2] тест 36,	[2] тест 36, домашнее задание
7	Прямое произведение колец. Булевы кольца.	[1] 6301- 6306, [2] тесты 18, 22, [4] глава I § 4, 5-10	[1] 6307- 6314, [2] тесты 18, 22, домашние задания, [4] глава I § 4, 11-20
8	Евклидовы и Гауссовы кольца.	[1] 5718-5722	[1] 5723-5728
9	Критерий неприводимости Эйзенштейна.	[1] 5801-5808,	[1] 5809-5812,
10	Контрольная работа		
Семестр 4			
1	Действия в кольце многочленов от нескольких переменных.	[1] 6401-6411	[1] 6412-6419
2	Применения основной теоремы о симметрических многочленах.	[1] 6427-6430	[1] 6431-6434
3	Результант двух полиномов	[1] 6435-6442	[1] 6443-6452
4	Многочлены над полем комплексных чисел	[1] 2801-2806	[1] 2807-2813
5	Контрольная работа	[1] 6702-6706, [5] глава IV § 12, Упр. 15-18, [2] тест 63	[2] тест 63, домашнее задание
6	Отделение действительных корней многочлена методом Штурма.	[1] 3101-3108, [5] глава III § 9, Упр. 1-4	[5] глава III § 9, Упр. 5-9
7	Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.	[1] 3109-3111, [5] глава III § 9, Упр. 1-4	[5] глава III § 9, Упр. 5-14
8	Алгебраические и трансцендентные числа	[1] 2401-2707, [5] глава II § 5, Упр. 1-6	[5] глава II § 5, Упр. 7-9
9	Разрешимость уравнений в квадратных радикалах	[1] 3301-3303,	[1] 3305-3308
10	Контрольная работа		

Тематическое планирование самостоятельной работы

Семестр 1

№ п/п	Тема	Рекомендуемая учебная литература (в дополнение базовым учебникам)

1	Свойства операций над множествами. Отношения между множествами	Горюшкин А.П. Задачи по алгебре (Элементы теории множеств, логики и комбинаторики) / Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 1999.
2	Алгебры	Горюшкин А.П. Задачи по алгебре (Элементы теории множеств, логики и комбинаторики) / Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 1999.
3	Группы	Горюшкин А.П. Задачи по алгебре (Элементы теории множеств, логики и комбинаторики) / Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 1999..
4	Кольца	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
5	Гомоморфизмы, изоморфизмы	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
6	Бинарные отношения	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.

Семестр 2

№ п/п	Тема	Рекомендуемая учебная литература (в дополнение к базовым учебникам)
1	Системы линейных уравнений	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.
2	Системы однородных линейных уравнений.	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.
3	Матрицы.	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.
4	Подстановки	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.
5	Определитель квадратной матрицы.	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.
6	Вычисление определителей	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.
7	Применения определителя	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Векторные пространства и линейные преобразования). - Петропавловск-Камчатский: изд-во Камчатского госпединститута, 2000.

Семестр 3

№ п/п	Тема	Рекомендуемая учебная литература (в дополнение к базовым учебникам)
1	Морфизмы основных алгебраических структур"	*Горюшкин А.П., Горюшкин В.А.* Элементы абстрактной и компьютерной алгебры, II / . - Петропавловск-Камчатский: Изд-во Камч. гос. ун-та им. Витуса Беринга, 2009.
2	Строение алгебр"	*Горюшкин А.П., Горюшкин В.А.* Элементы абстрактной и компьютерной алгебры, II / . - Петропавловск-Камчатский: Изд-во Камч. гос. ун-та им. Витуса Беринга, 2009.
3	Многочлены от одной переменной. Корни.	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
4	Нахождение рациональных корней.	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
5	Подгруппы.	*Горюшкин А.П., Горюшкин В.А.* Элементы абстрактной и компьютерной алгебры, II / . - Петропавловск-Камчатский: Изд-во Камч. гос. ун-та им. Витуса Беринга, 2009.

Семестр 4

№ п/п	Тема	Рекомендуемая учебная литература (в дополнение к базовым учебникам)
1	Кратное трансцендентное расширение кольца	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
2	Свойства кольца многочленов от нескольких переменных	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
3	Теорема Гильберта о базисе	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
4	Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
5	Лемма Кронекера. Теорема Штейница	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
7	Многочлены над полем комплексных чисел	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
8	Гаусссовость кольца R[x1, x2 , …, xn]. Модульный контроль	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.
8	Многочлены над полем действительных чисел	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та,

		Петропавловск-Камчатский, 2001.
10	Отделение действительных корней многочлена	*Горюшкин А.П.* Задачи по алгебре (Группы и кольца). Изд-во Камчатского гос. пед. ун-та, Петропавловск-Камчатский, 2001.

Рабочие тесты по дисциплине и вопросы контрольно-срезовых работ

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Выясните, будет ли операция $a*b = a - b$ на множестве R ассоциативной, коммутативной, имеет ли левые (правые) единицы и нули.

2. Найдите число элементов, решетку подгрупп, решетку нормальных делителей группы $G=< a, b; a^2, b^2, (ab)^2 >$ и правостороннее разложение группы G по подгруппе гр(a).
3. Выясните, образуют ли кольцо множество целых чисел, кратных фиксированному числу m, относительно обычных операций сложения и умножения.
4. Постройте поле, состоящее из четырех элементов.
5. Разложите многочлен $f(x)= x^3+2x^2+2$ на неприводимые множители над полем Z_5.

Вариант 2

1. Выясните, будет ли операция $a*b = a^b$ на множестве R_+ ассоциативной, коммутативной, имеет ли левые (правые) единицы и нули.

2. Найдите число элементов, решетку подгрупп, решетку нормальных делителей группы $G=<a, b; a^2, b^2, (ab)^3>$ и правостороннее разложение группы G по подгруппе гр(b).

3. Выясните, образуют ли кольцо множество рациональных чисел, в несократимой записи которых знаменатели делят фиксированное число n, относительно обычных операций сложения и умножения.
4. Постройте поле, состоящее из девяти элементов.
5. Разложите многочлен $f(x)= x^3+2x^2+4$ на неприводимые множители над полем Z_7.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Найдите значения многочлена

$$f(x) = x^5 + 6x^4 + 11x^3 + 2x^2 - 12x - 8$$

и его производных при x=3; определите кратность корней $x_1 = -2$ и $x_2 = -1$; разложите $f(x)$ по степеням $x-1$.

2. Найдите наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = 2x^5 - 4x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 6x - 9,$$
$$g(x) = 2x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 4x + 3.$$

3. Отделите кратные множители многочлена

$$f(x) = x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 48x + 32.$$

4. Решите уравнения
$$x^3 - 6x^2 + 24x + 31 = 0,$$
$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x - 8 = 0.$$

5. Найдите рациональные корни многочлена
$$f(x) = 10x^5 + 17x^4 + 13x^3 + 2x^2 - 5x - 1.$$

Вариант 2

Найдите значения многочлена

$$f(x) = x^5 + 2x^4 - 2x^3 - 8x^2 - 7x - 2$$

и его производных при x=2; определите кратность корней $x_1 = -1$ и $x_2 = 2$; разложите $f(x)$ по степеням $x - 3$.

Найдите наибольший общий делитель многочленов

$$f(x) = 4x^5 - 22x^4 + 12x^3 - 7x^2 - 16x + 5,$$
$$g(x) = 4x^4 - 22x^3 + 10x^2 + 3x - 15.$$

Отделите кратные множители многочлена

$$f(x) = x^5 + 2x^4 - 8x^3 - 16x^2 + 16x + 32.$$

4. Решите уравнения
$$x^3 + 3x^2 + 15x + 76 = 0,$$
$$x^4 + 20x^3 + 86x^2 + 36x - 3 = 0.$$

Найдите рациональные корни многочлена

$$f(x) = -2x^5 - 9x^4 - 12x^3 - 12x^2 - 10x - 3.$$

Контрольная работа № 3

Вариант 1

Докажите, что квадратная $n\times n$-матрица обратима тогда и только тогда, когда она не является делителем нуля.

Докажите, что множество всевозможных функций, определенных на поле P, со значениями в поле P с обычным сложением и умножением на скаляр из P образует векторное пространство.

Докажите, что определитель матрицы, содержащей две равные строки, равен нулю.

Докажите, что отображение, ставящее в соответствие каждому линейному оператору его матрицу, является изоморфизмом.

Докажите, что для того чтобы вектор β линейно выражался через векторы $\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n$ необходимо и достаточно, чтобы β принадлежал подпространству, порожденному векторами $\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n$.

Вариант 2

Докажите, что квадратная $n\times n$-матрица обратима тогда и только тогда, когда ее строки (столбцы) линейно независимы.

Докажите, что если квадратная матрица обратима, то ее можно преобразовать в единичную с помощью элементарных преобразований строк и столбцов.

Докажите, что система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда столбцовые ранги основной и расширенной матриц системы совпадают.

Докажите, что если к одной строке матрицы прибавить числа, пропорциональные элементам другой строки, то определитель этой матрицы не изменится.

Докажите, что множество решений системы линейных однородных уравнений является подпространством пространства P^n.

Вариант 3

Найдите значения многочлена $f(x)=x^5+6x^4+11x^3+2x^2-12x-8$ и его производных при x=3; определите кратность корней $x_1=-2$ и $x_2=-1$; разложите $f(x)$ по степеням $x-1$.

Найдите рациональные корни многочлена $f(x)=-3x^5-2x^4+2x^3-4x^2-7x-12$.

Вычислите значение $(x_1+x_2+2x_3)(x_1+2x_2+x_3)(2x_1+x_2+x_3)$ от корней многочлена $x^3-6x^2+24x+31=0$.

Отделите действительные корни многочлена $f(x)=x^4+4x^3+5x^2+2x-56$.

Вариант 4

Найдите значения многочлена $f(x)=x^5+2x^4-2x^3-8x^2-7x-2$ и его производных при x=2; определите кратность корней $x_1=-1$ и $x_2=2$; разложите $f(x)$ по степеням $x-3$.

Найдите рациональные корни многочлена $f(x)=-2x^5-9x^4-12x^3-12x^2-10x-3$.

Вычислите значение $(x_1+x_2-x_3)(x_1-x_2+x_3)(x_2-x_1+x_3)$ от корней многочлена $x^3-1x^2+12x-3=0$.

Отделите действительные корни многочлена $f(x)=x^4+8x^3+21x^2+20x+4$.

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. Решите матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите ортогональный базис подпространства, порожденного векторами:

a_1 = (2, 0, 5, 1, 1, 8),
a_2 = (1, 1, 0, -1, 0, 3),
a_3 = (3, 1, 0, -1, 2, 4).

3. Найдите ортогональное дополнение подпространства, порожденного векторами:

b_1 = (7, 1, 0, -1, 0, 7),
b_2 = (1, 2, 0, -1, 4, 3),
b_3 = (3, 1, 0, -1, 2, 4).
4. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Вариант 2
1. Решите матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите ортогональный базис подпространства, порожденного векторами:

a_1 = (3, 1, 5, 1, -1, 2),
a_2 = (-1, 1, 2, 3, 1, 5),
a_3 = (1, 1, 4, 5, 0, 5).

3. Найдите ортогональное дополнение подпространства, порожденного векторами:

b_1 = (1, 1, 5, -1, 1, 1),
b_2 = (1, 1, 0, -1, 0, 3),

$b_3 = (1, 1, 4, 5, 0, 5)$.
4. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа № 5

Вариант 1

Докажите, что число элементов группы G, сопряженных с данным элементом, делит порядок группы G.
Докажите, что циклическая группа нечетного порядка не является группой автоморфизмов никакой группы.
Докажите, что гомоморфный прообраз бесконечной группы является бесконечной группой.
Докажите, что отображение, переводящее каждый элемент x группы G в $g^{-1}xg$, является автоморфизмом группы G.
Докажите, что если H - подгруппа группы G и x - элемент из G, то $x^{-1}Hx$ - тоже подгруппа в G.

Вариант 2

Докажите, что знакопеременная группа A_n имеет индекс два в симметрической группе S_n.
Докажите, что каждая группа изоморфно вложима в мультипликативную группу некоторого кольца.
Докажите, что мультипликативная группа ненулевых комплексных чисел неизоморфна аддитивной группе комплексных чисел.
Докажите, что конечный моноид с правым сокращением является группой.
Докажите, что любой гомоморфизм группы является произведением естественного гомоморфизма и некоторого изоморфизма.

Контрольная работа № 6

Вариант 1
Докажите, что кольцо K является прямым произведением своих подколец A и B тогда и только тогда, когда пересечение подколец A и B состоит из одного нуля, множество совпадает со всем K и для каждого a из A и каждого b из B произведение ab равно нулю.

Докажите, что в кольце главных идеалов любые два элемента обладают наименьшим общим кратным.
Докажите, что каждую булеву функцию от n переменных можно представить многочленом от n переменных.
Докажите, что булево конечное кольцо изоморфно прямой степени двухэлементного поля.
Докажите, что в булевой решетке можно так определить сложение и умножение, что решетка превратится в булево кольцо.

Вариант 2

Докажите, что в булевом кольце можно так определить пересечение, объединение и дополнение, что кольцо превратится в булеву решетку.
Докажите, что в гауссовом кольце K для любого конечного множества элементов S существует наибольший общий делитель d, однако, не для каждых элементов a, b найдутся такие элементы u, v из K, что $d = au+bv$.
Докажите, что в гауссовом кольце, не являющимся кольцом главных идеалов, идеал, порожденный простым элементом, не обязательно является максимальным.
Докажите, что в евклидовом кольце K элемент p является простым тогда и только тогда, когда идеал (p) - максимальный в K.
Докажите, что в евклидовом кольце все идеалы главные.

Контрольная работа № 7

Вариант 1
1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=3, \\ x^4+y^4=17. \end{cases}$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{10-x}+\sqrt[3]{x-3}=1.$$

3. Вычислите значение

$$(x_1+x_2+2x_3)(x_1+2x_2+x_3)(2x_1+x_2+x_3)$$

от корней многочлена $x^3-6x^2+24x+31=0$.

4. Отделите действительные корни многочлена
$f(x)=x^4+4x^3+5x^2+2x-56$.

Вариант 2
Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x+y=72, \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6. \end{cases}$$

Решите уравнение

$$\sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}}+\sqrt[3]{7-\sqrt{x+1}}=4.$$

Вычислите значение

$$(2x_2+2x_3)(2x_1+2x_3)(2x_2+2x_1)$$

от корней многочлена $x^3+14x+10=0$.

Отделите действительные корни многочлена

$$f(x)=x^4+7x^3+18x^2+17x-7.$$

Контрольная работа № 8

Вариант 1

Докажите, что если a - корень многочлена с коэффициентами из поля P, то и любой элемент из $P[a]$, сопряженный с a, является корнем этого же многочлена.
Докажите, что размерность промежуточного расширения является делителем основной размерностями.
Докажите, что составное расширение поля - конечно.
Докажите, что составное алгебраическое расширение является алгебраическим.
Докажите, что в конечном расширении размерности n существует алгебраический элемент степени n.

Вариант 2
Докажите, что множество алгебраических чисел образует поле, и это поле алгебраически замкнуто.
Докажите, что конечное расширение поля - алгебраично,
Докажите, что множество алгебраических чисел является алгебраическим, но не конечным расширением поля Q.
Докажите, что для каждого поля P и каждого многочлена $f(x)$ с коэффициентами из поля P существует поле P_1, содержащее изоморфную копию поля P и все корни многочлена $f(x)$.
Докажите, что для каждого поля существует алгебраическое замыкание этого поля.

Тематический план самостоятельных работ

№ задания	Тема задания	Задачи задания
РГЗ-1.	Основные алгебраические системы	[7] Глава IV упр. §§ 1- 8
РГЗ-2.	Комплексные числа	[7] Глава V упр. §§ 1- 4
РГЗ-3.	Решение систем линейных уравнений	[7] Глава VII упр. §§ 1- 4
РГЗ-4.	Вычисление и применение определителей	[7] Глава VIII упр. §§ 1- 4
РГЗ-5.	Строение групп	[7] Глава XII упр. §§ 1- 5
РГЗ-6.	Строение колец	[7] Глава XV упр. §§ 1- 6
РГЗ-7.	Основная теорема о симметрических многочленах	[7] Глава XVII упр. §§ 1- 5
РГЗ-8.	Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби	[7] Глава XIXупр. §§ 1- 5

Контрольные вопросы
для самоподготовки к экзамену

Докажите, что операция коммутативна тогда и только тогда, когда ее таблица симметрична относительно главной диагонали.
Докажите, что операция имеет нейтральный элемент *е* тогда и только тогда, когда *е*-строка и *е*-столбец таблицы Кэли в точности совпадают со строками и столбцами ввода.
Докажите, что операция обратима тогда и только тогда, когда ее Кэли содержит нейтральный элемент в каждой строке и каждом столбце в точности один раз.
Докажите, что свойства ассоциативности и коммутативности независимы.
Докажите, что алгебраическая операция имеет не более одного нейтрального элемента.
Докажите, что алгебраическая операция имеет не более одного поглощающего элемента.
Докажите, что операция $\circ$ обладает свойством сократимости (слева) в алгебре $< A;\circ >$, тогда и только тогда, когда для любого элемента x из *А* множества $x \circ A = \{x \circ a | a \in A\}$ и A совпадают.
Докажите, что отношение изоморфности является отношением эквивалентности на множестве однотипных алгебраических систем.
Докажите, что произведение гомоморфизмов алгебраических систем является гомоморфизмом.
Докажите, что произведение изоморфизмов алгебраических систем является изоморфизмом.
Докажите, что если f - гомоморфизм алгебры A на алгебру A_1 и e - нейтральный элемент в A, то $f(e)$ - нейтральный элемент в A_1.
Докажите, что если f - гомоморфизм алгебры A на алгебру A_1, то $f(x^{-1})=[f(x)]^{-1}$.
Докажите, что если M произвольное множество, то алгебры $<P(M);\cap>$ и $<P(M);\cup>$ изоморфны.
Докажите, что если M - множество высказываний, то алгебры $<M;\&>$ и $<M;\vee>$ изоморфны.
Докажите, что не каждый взаимно однозначный гомоморфизм алгебраической системы является изоморфизмом, но каждый гомоморфизм конечной алгебраической системы на себя является изоморфизмом.

Докажите, что каждое упорядоченное множество изоморфно вкладывается во множество подмножеств некоторого множества, упорядоченного отношением включения.
Докажите, что каждая булева алгебра изоморфна вкладывается в булеву алгебру подмножеств некоторого множества.
Докажите, что гомоморфизм алгебраической системы задает отношение конгруэнции на множестве-носителе этой системы.
Докажите, что конгруэнция на алгебраической системе определяет гомоморфизм этой системы.
Докажите, что пересечение конгруэнций алгебры A снова является конгруэнцией на A.
Докажите, что отношение «быть подалгеброй»- является отношением частичного порядка.
Докажите, что в любой алгебраической системе пересечение любой совокупности подсистем или пусто, или является подсистемой.
Докажите, что при гомоморфизме одной алгебраической системы в другую образами подсистем являются подсистемы.
Докажите, что если алгебра A конечно порождена, то каждая возрастающая цепочка подалгебр $A_1<A_2< \ldots<A_n< \ldots$ алгебры A обрывается на конечном шаге.
Докажите, что значение произведения $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n$ элементов полугруппы не зависит от расстановки скобок.
Докажите, что значение произведения $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n$ элементов коммутативной полугруппы не зависит от перестановок сомножителей.
Докажите, что существует пять попарно неизоморфных полугрупп, состоящих из двух элементов.
Докажите, что в моноиде существует единственный нейтральный элемент.
Докажите, что каждый элемент в моноиде имеет не более одного обратного.
Докажите, что множество обратимых элементов моноида образует подмоноид.
Докажите, что в группе $xa = b$ и $ay = b$ имеют единственное решение для любых элементов a, b.
Докажите, что полугруппа с делением является группой.
Докажите, что моноид, порожденный обратимыми элементами является группой.
Докажите, что моноид, в котором выполняется тождество $x^2 = e$, является абелевой группой.
Докажите, что конечный моноид с правым сокращением является группой.
Докажите, что гомоморфный образ группы сам является группой.
Докажите, что если f - гомоморфизм группы G на алгебру G_1 и e - единица в G, то $f(e)$ - единица в G_1 и $f(x^{-1})=[f(x)]^{-1}$.
Докажите, что аддитивная группа действительных чисел и мультипликативная группа положительных действительных чисел изоморфны.
Докажите, что аддитивная группа рациональных чисел и мультипликативная группа положительных рациональных чисел не изоморфны.
Докажите, что группы порядка два и три изоморфны; существуют неизоморфные группы порядка четыре.
Докажите, что для любого натурального n существует группа из n элементов.
Докажите, что если $n \geq 3$, то симметрическая группа S_n не абелева.
Докажите, что все группы, состоящие менее чем из шести элементов, - абелевы.
Докажите, что для любого четного $n \geq 6$ существует неабелева группа из $2n$ элементов.
Докажите, что не для каждого натурального n существует неабелева группа из n элементов.
Докажите, что в группе существует единственный идемпотентный элемент.

Докажите, что единичный элемент группы содержится в любой ее подгруппе.
Докажите, что пересечение любого числа подгрупп является подгруппой.
Докажите, что непустое подмножество H является подгруппой группы G тогда и только тогда, когда: а) если $a, b \in H$, то $a \cdot b \in H$; б) если $a \in H$, то $a^{-1} \in H$.
Докажите, что если H - конечное подмножество группы G, то H является подгруппой тогда и только тогда, когда оно замкнуто относительно умножения.
Докажите, что непустое подмножество H является подгруппой тогда и только тогда, когда H замкнуто относительно деления (справа), то есть если $a, b \in H$, то $a \cdot b^{-1} \in H$.
Докажите, что если a, b - элементы полугруппы, являющиеся степенями одного и того же элемента, то a, b перестановочны.
Докажите, что центр группы является подгруппой.
Докажите, что если в группе G содержится лишь один неединичный элемент g такой, что $g^2=e$, единице группы, то g принадлежит центру группы G.
Докажите, что в группе четного порядка число элементов содержится подгруппа, содержащая два элемента.
Докажите, что множество всех взаимно однозначных отображений любого множества на M себя с операцией «последовательное выполнение» образует группу.
Докажите, что каждая конечная группа изоморфна группе подстановок.
Докажите, что симметрическая группа S_n порождается двумя элементами.
Докажите, что каждая конечная группа изоморфно вложима в группу с двумя порождающими элементами.
Докажите, что каждая полугруппа изоморфно вложима в полугруппу с единицей.
Докажите, что каждая полугруппа изоморфно вложима в полугруппу преобразований некоторого множества.
Докажите, что для того, чтобы полугруппа G была изоморфно вложима в некоторую группу, необходимо выполнение в G закона сокращения.
Докажите, что каждая коммутативная полугруппа с сокращением вложима в группу.
Докажите, что в каждой абелевой группе можно определить умножение так, чтобы она превратилась в кольцо.
Докажите, что алгебра, изоморфная кольцу, сама является кольцом.
Докажите, что гомоморфный образ кольца сам является кольцом.
Докажите, что если f - гомоморфизм кольца K на алгебру K_1 и 0 - нуль в K, то $f(0)$ - нуль в K_1 и $f(-x)= -f(x)$.
Докажите, что каждая полугруппа является подполугруппой мультипликативной полугруппы некоторого кольца.
Докажите, что обратимые элементы ассоциативного кольца с единицей образуют мультипликативную группу.
Докажите, что нуль кольца является аннулирующим элементом.
Докажите, что вычитание и умножение связаны дистрибутивным законом.
Докажите, что для любых элементов x_i, y из кольца:

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_m) \cdot y = x_1 \cdot y + x_2 \cdot y + \ldots + x_n \cdot y, \quad y \cdot (x_1 + x_2 + \ldots + x_m) = y \cdot x_1 + y \cdot x_2 + \ldots + y \cdot x_n.$$

Докажите, что сложение и умножение в кольце связаны обобщенным дистрибутивным законом (для любых элементов x_i, y_j из кольца):

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_m) \cdot (y_1 + y_2 + \ldots + y_n) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i \cdot y_j.$$

Докажите, что в кольце отсутствуют делители нуля тогда и только тогда, когда выполняется закон сокращения.

Докажите, что множество делителей нуля и множество обратимых элементов кольца не пересекаются.
Докажите, что если характеристика кольца составное число, то в кольце есть делители нуля.
Докажите, что кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, имеет характеристику два.
Докажите, что кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, коммутативно.
Докажите, что для любых элементов a, b из кольца выполняется правило знаков: $a\cdot(-b) = (-a)\cdot b = -a\cdot b$ и $(-a)\cdot(-b) = a\cdot b$.
Докажите, что для любого натурального n существует кольцо с ненулевым умножением, состоящее из n элементов.
Докажите, что кольца с ненулевым умножением, состоящие из двух элементов изоморфны.
Докажите, что кольца с ненулевым умножением, состоящие из трех элементов изоморфны.
Докажите, что существуют неизоморфные кольца с ненулевым умножением, состоящие из четырех элементов.
Докажите, что множество конечных десятичных дробей образует кольцо.
Докажите, что множество трехмерных векторов с операциями сложение и векторное умножение образуют лиево кольцо.
Пусть $<K;+,\cdot>$ - ассоциативное кольцо. Введем на множестве K новую операцию умножения по правилу: $x \circ y = x \cdot y - y \cdot x$. Докажите, что новое кольцо $<K;+,\circ>$ является лиевым.
Докажите, что множество $P(M)$ всех подмножеств множества M с операциями «симметрическая разность» и «пересечение» является булевым кольцом.
Докажите, что множество всех классов равносильных формул высказываний с операциями «отрицание эквиваленции» и «конъюнкция» является булевым кольцом.
Докажите, что характеристика булева кольца равна двум.
Докажите, что булево кольцо коммутативно.
Докажите, что отношение $\le$, введенное в булевом кольце $<B; +, \cdot>$ по правилу: $x \le y \Leftrightarrow x = x\cdot y$ является отношением частичного порядка.
Докажите, что для любого простого p существует поле, состоящее из p элементов.
Докажите, что алгебра, изоморфная полю, сама является полем.
Докажите, что гомоморфный прообраз поля не обязательно является кольцом.
Докажите, что если φ - гомоморфное отображение поля P_1 на P_2, то φ - изоморфизм.
Докажите, что если целостное кольцо K не имеет гомоморфизмов, отличных от гомоморфизма на нулевое кольцо и изоморфизмов, то K - поле.
Докажите, что сложение и деление в поле связаны дистрибутивным законом (для каждых a, b, c): $\frac{b+c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$.
Докажите, что вычитание и деление в поле связаны дистрибутивным законом (для каждых a, b, c): $\frac{b-c}{a} = \frac{b}{a} - \frac{c}{a}$.
Докажите, что для любых элементов a, b ($b \neq 0$) из поля выполняется правило знаков: $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ и $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$.

Докажите, что для любых элементов *a, b, c, d* из поля ($b\neq 0$, $d\neq 0$) выполняются следующие утверждения: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$, $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$, $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$, $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$, $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}, c\neq 0$.

Докажите, что кольцо целых чисел упорядочиваемо.

Докажите, что поле рациональных чисел упорядочиваемо.

Докажите, что поле действительных чисел упорядочиваемо.

Докажите, что отношение <, введенное на упорядоченном кольце *K* по правилу: $x<y \Leftrightarrow y-x\in K_+$, является отношением линейного порядка.

Докажите, что сложение в упорядоченном кольце *K* монотонно относительно отношения <, введенного на *K* по правилу: $x<y \Leftrightarrow y-x\in K_+$.

Докажите, что умножение на положительные элементы в упорядоченном кольце *K* монотонно относительно отношения <, введенного на *K* по правилу: $x<y \Leftrightarrow y-x\in K_+$.

Докажите, что конечное кольцо не упорядочиваемо.

Докажите, что каждая группа изоморфно вложима в мультипликативную группу некоторого кольца.

Докажите, что множество целых неотрицательных чисел с операциями «наибольший общий делитель» и «наименьшее общее кратное» образуют решетку.

Докажите, что в булевой решетке можно так определить сложение и умножение, что решетка превратится в булево кольцо.

Докажите, что в булевом кольце можно так определить пересечение, объединение и дополнение, что кольцо превратится в булеву решетку.

Докажите, что каждое булево кольцо изоморфно вкладывается в кольцо подмножеств некоторого множества.

Докажите, что булева конечная алгебра состоит из 2^n элементов.

Докажите, что булево конечное кольцо изоморфно прямой степени двухэлементного поля.

Докажите, что булева конечная алгебра изоморфна булевой алгебре всех подмножеств некоторого конечного множества.

Докажите, что булево конечное кольцо изоморфно кольцу всех подмножеств некоторого конечного множества.

Докажите, что группа автоморфизмов некоммутативного кольца состоит не из одной единицы.

Докажите, что группа автоморфизмов некоммутативной группы состоит не из одной единицы.

Докажите, что группа автоморфизмов кольца целых чисел состоит только из единицы.

Докажите, что группа *G* разложима в прямое произведение своих подгрупп *A* и *B*, если *A*, *B* - нормальные делители группы, пересечение их состоит только из единицы и множество $AB=\{ab \mid a\in A, b\in B\}$ совпадает со всей группой *G*.

Докажите, что аддитивная группа рациональных чисел неразложима в прямое произведение своих подгрупп.

Докажите, что мультипликативная группа ненулевых рациональных чисел разложима в прямое произведение своих подгрупп.

Докажите, что мультипликативная группа положительных рациональных чисел разложима в прямое произведение своих подгрупп.

Докажите, что многообразие алгебр замкнуто относительно взятия подалгебр, гомоморфных образов и прямых произведений.

Докажите, что поле рациональных чисел существует, если существует кольцо целых чисел.
Докажите, что поле рациональных чисел единственно с точностью до изоморфизма.
Докажите, что поле рациональных чисел линейно упорядочиваемо.
Докажите, что упорядочение поля рациональных чисел является плотным, архимедовым, но не является непрерывным.
Докажите, что каждое поле нулевой характеристики является расширением поля рациональных чисел.
Докажите, что поле рациональных чисел не имеет автоморфизмов, отличных от тождественного автоморфизма.
Докажите, что каждое тело нулевой характеристики содержит в точности одно подполе, изоморфное полю рациональных чисел.
Докажите, что каждое тело нулевой характеристики содержит в точности одно подкольцо, изоморфное кольцу целых чисел.
Докажите, что каждое непустое ограниченное сверху множество действительных чисел имеет точную верхнюю границу.
Докажите, что если поле комплексных чисел существует, то каждое комплексное число представимо единственным образом в виде $a+bi$, где a, b - действительные числа и $i^2+1=0$.
Докажите, что если существует поле действительных чисел, то существует и поле комплексных чисел.
Докажите, что аддитивная группа комплексных чисел является прямой суммой аддитивных групп действительных чисел.
Докажите, что мультипликативная группа ненулевых комплексных чисел неизоморфна прямому квадрату мультипликативной группы ненулевых действительных чисел.
Докажите, что мультипликативная группа ненулевых комплексных чисел неизоморфна аддитивной группе комплексных чисел.
Докажите, что поле комплексных чисел не упорядочиваемо.
Докажите, что модуль произведения комплексных чисел равен произведению модулей сомножителей.
Докажите, что корни n-ой степени из единицы расположены в вершинах правильного n-угольника, вписанного в окружность единичного радиуса с центром в начале координат.
Докажите, что множество корней n-ой степени из единицы образует группу и эта группа порождается одним элементом.
Докажите, что число $\varepsilon_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$ является первообразным корнем n-ой степени из единицы тогда и только тогда, когда НОД(n, k)=1.
Докажите, что сумма всех корней n-ой степени из единицы равна нулю.
Докажите, что если m и n взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.
Докажите, что если m и n не взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы не является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.
Докажите, что непустое подмножество множества комплексных чисел образует числовое поле тогда и только тогда, когда оно состоит более чем из одного элемента и замкнуто относительно сложения, вычитания, умножения и деления на не нуль.
Докажите, что наименьшее числовое поле - это поле рациональных чисел.
Докажите, что если p и q - различные простые числа, то поля Q(a) и Q(b) не изоморфны.

Докажите, что множество попарно неизоморфных числовых полей бесконечно.
Докажите, что ядро гомоморфизма φ: $K \to K_1$ колец K и K_1 является идеалом в кольце K.
Докажите, что каждый идеал кольца является ядром некоторого гомоморфизма.
Докажите, что гомоморфный образ кольца изоморфен факторкольцу по ядру.
Докажите, что факторкольцо K/I целостного кольца K по идеалу I является полем тогда и только тогда, когда идеал I - максимальный в K.
Докажите, что если K- целостное кольцо, содержащее поле P, то в K существует такой идеал I, что факторкольцо K/I является полем и это поле содержит изоморфную копию P.
Докажите, что поле комплексных чисел изоморфно факторкольцу $R[x]/(x^2+1)$ кольца многочленов $R[x]$ с действительными коэффициентами по идеалу, порожденному многочленом x^2+1.
Докажите, что кольцо целых гауссовых чисел изоморфно факторкольцу $Z[x]/(x^2+1)$ кольца многочленов $Z[x]$ с действительными коэффициентами по идеалу, порожденному многочленом x^2+1.
Докажите, что каждое целостное кольцо изоморфно вложимо в некоторое поле.
Докажите, что подкольца полей и только они являются целостными кольцами.
Докажите, что поле частных целостного кольца единственно с точностью до изоморфизма.
Докажите, что конечное кольцо является полем тогда и только тогда, когда оно целостное.
Докажите, что кольцо K является прямым произведением подколец A и B, если пересечение подколец A и B состоит из одного нуля, множество $A+B=\{\, a+b \mid a\in A, b\in B \,\}$ совпадает со всем K и для каждого a из A и каждого b из B произведение ab равно нулю.
Докажите, что если A, B - ассоциативные кольца с единицами, то $(A\times B)^* = A^*\times B^*$.
Пусть K - целостное кольцо, а $H_1, H_2, \dots, H_n$ - идеалы кольца K такие, что для любых различных индексов i, j $H_i+H_j = K$. Докажите, что тогда для любых элементов x_i из K пересечение смежных классов H_i+x_i не пусто: $(H_1+x_1)\cap(H_2+x_2)\cap\ldots\cap(H_n+x_n)\neq\varnothing$.
Пусть K - целостное кольцо, а I и J - идеалы кольца K такие, что $I+J=K$. Докажите, что тогда для любых элементов x, y из K пересечение смежных классов $I+x$ и $J+y$ не пусто, а факторкольцо $K/I\cap J$ изоморфно прямому произведению $K/I \times K/J$.
Докажите, что булево конечное кольцо изоморфно прямой степени двухэлементного поля.
Докажите, что каждое конечное булево конечное кольцо изоморфно кольцу всех подмножеств некоторого конечного множества.
Докажите, что булева конечная решетка изоморфна булевой решетке всех подмножеств некоторого конечного множества.
Докажите, что отношение делимости в целостном кольце является отношением предпорядка.
Докажите, что отношение ассоциированности является эквивалентностью.
Докажите, что два элемента a, b из целостного кольца K ассоциированы тогда и только тогда, когда $a=\varepsilon b$, где $\varepsilon\in K^*$.
Докажите, что ассоциированность согласована с отношением делимости.

Докажите, что множество $K/_{\sim}$ частично упорядочено отношением делимости.

Докажите, что пересечение идеалов кольца является идеалом.
Докажите, что если *I, J* - идеалы кольца *K*, то множество $I+J=\{x+y \mid x\in I,\ y\in J\}$ тоже является идеалом.
Докажите, что объединение возрастающей цепочки идеалов является идеалом.
Докажите, что если все идеалы кольца *K* конечно порождены, то любая возрастающая цепочка идеалов обрывается на конечном шаге.
Докажите, что в кольце $<\{a+b\sqrt{-3}\mid a,b\in\mathbf{Z}\};+,\cdot>$ число 4 обладает двумя различными представлениями в виде произведения простых неассоциированных множителей.
Докажите, что характеристика конечного поля является простым числом.
Докажите, что в ассоциативно-коммутативном кольце простой характеристики *p* для любого натурального *n* выполняется тождество $(a+b)^{p^n}=a^{p^n}+b^{p^n}$.
Докажите, что в ассоциативно-коммутативном кольце простой характеристики *p* для любого натурального *n* выполняется тождество $(a-b)^{p^n}=a^{p^n}-b^{p^n}$.
Докажите, что в ассоциативно-коммутативном кольце простой характеристики *p* множество решений уравнения $x^{p^n}=x$ образуют подкольцо.
Докажите, что в конечном поле характеристики *p* множество решений уравнения $x^{p^n}=x$ образует подполе.
Докажите, что множество всевозможных целых степеней элемента *g* образует подгруппу
Докажите, что множество $\{g^k \mid k\in \mathrm{Z}\}$ - это наименьшая подгруппа, содержащая элемент *g*.
Докажите, что группа простого порядка является циклической.
Докажите, что любая неабелева группа - нециклическая.
Докажите, что если $n>2$, то группа самосовмещений правильного *n*-угольника нециклическая
Докажите, что аддитивная группа рациональных чисел - нециклическая.
Докажите, что мультипликативная группа ненулевых рациональных чисел - нециклическая.
Докажите, что мультипликативная группа положительных рациональных чисел - нециклическая
Докажите, что группа самосовмещений правильного треугольника наименьшая неабелева группа
Докажите, что наименьшая нециклическая группа состоит из четырех элементов.
Докажите, что если все натуральные степени элемента *g* различны ($g^m\neq g^n$, если $m\neq n$), то *g* имеет бесконечный порядок.
Докажите, чтоесли для некоторых различных натуральных чисел *m, n* выполняется равенство $g^m=g^n$, то элемент *g* имеет конечный порядок.
Докажите, что если элемент *g* имеет порядок *m*, то $g^k=e$ тогда и только тогда, когда число *k* делится на *m*.
Докажите, что если элемент *g* имеет порядок *m*, то $g^k=g^n$ тогда и только тогда, когда число $k\equiv n(mod\ m)$.
Докажите, что если *a* и *b* - перестановочные групповые элементы порядков *m* и *n* соответственно, и числа *m, n* - взаимно просты, то в группе найдется элемент, порядок которого равен *mn*.
Докажите, что если *a* и *b* - перестановочные групповые элементы порядков *m* и *n* соответственно, то в группе найдется элемент, порядок которого равен НОК[*a, b*].

Докажите, что каждая бесконечная циклическая группа изоморфна - аддитивной группе целых чисел.
Докажите, что циклические группы одинакового порядка изоморфны.
Докажите, что множество вращений правильного n-угольника с операцией композиция является циклической группой.
Докажите, что каждая циклическая группа порядка n изоморфна группе вращений правильного n-угольника.
Докажите, что для любого числа n существует циклическая группа порядка n.
Докажите, что порядок элемента группы делит порядок конечной группы.
Докажите, что если m - порядок группы G, то m-ая степень каждого элемента из G равна единице.
Докажите, что ненулевая подгруппа бесконечной циклической группы сама является бесконечной циклической.
Докажите, что каждая подгруппа циклической группы сама является циклической.
Докажите, что гомоморфный образ циклической группы является циклической группой.
Докажите, что каждая циклическая группа является гомоморфным образом бесконечной циклической группы.
Докажите, что для любого натурального n в бесконечной циклической группе существует в точности одна подгруппа индекса n.
Докажите, что если циклическая группа G состоит из n элементов, то для любого натурального делителя m числа n в группе G существует в точности одна подгруппа порядка m.
Докажите, что полугруппа эндоморфизмов бесконечной циклической группы изоморфна мультипликативной полугруппе целых неотрицательных чисел.
Докажите, что группа автоморфизмов бесконечной циклической группы является циклической второго порядка.
Докажите, что ядро гомоморфизма является подгруппой.
Докажите, что если H - ядро гомоморфизма φ, то сравнимость по модулю H является конгруэнцией.
Докажите, что если сравнимость по модулю подгруппы H является конгруэнцией в группе G, то H - ядро гомоморфизма группы G.
Докажите, что не каждая подгруппа группы G является ядром некоторого гомоморфизма группы G.
Докажите, что отношение сопряженности является отношением эквивалентности на группе.
Докажите, что группа H является нормальным делителем группы G тогда и только тогда, когда левостороннее разложение группы G по H совпадает с правосторонним.
Докажите, что ядро гомоморфизма является нормальным делителем.
Докажите, что если N - нормальный делитель группы G, то отношение сравнимости по модулю N является конгруэнцией,
Докажите, что каждый нормальный делитель группы является ядром некоторого гомоморфизма.
Докажите, что каждый нормальный делитель N группы G является ядром естественного гомоморфизма ε: $G\rightarrow$группы G на факторгруппу по нормальному делителю.
Докажите, что группа A_n является нормальным делителем в группе S_n
Докажите, что если H подгруппа индекса два в группе G, то H - нормальный делитель в G.
Докажите, что гомоморфный образ группы изоморфен факторгруппе по ядру гомоморфизма.

Докажите, что любой гомоморфизм групп является произведением естественного гомоморфизма и изоморфизма.
Докажите, что с точностью до изоморфизма все гомоморфизмы групп - естественные.
Докажите, что если группа G_1 имеет порядок больше двух, то, кроме естественного гомоморфизма группы G на G_1, найдется и неестественный гомоморфизм.
Докажите, что не существует гомоморфизма аддитивной группы рациональных чисел на мультипликативную группу положительных рациональных чисел.
Докажите, что решетка $L(G,N)$ промежуточных между G и N подгрупп изоморфна решетке всех подгрупп факторгруппы G/N. Нормальный делитель при этом изоморфизме переходит в нормальный делитель, а индексы подгрупп сохраняются.
Докажите, что неединичная факторгруппа G/N является простой тогда и только тогда, когда нормальный делитель N – максимальный в группе G.
Докажите, что если A - подгруппа, а N - нормальный делитель группы G, то множество $AN=\{an \mid a\in A,\ n\in N\}$ является подгруппой группы G.
Докажите, что если A - подгруппа, а N - нормальный делитель группы G, то $A\cap N$ является нормальным делителем в группе G.
Докажите, что если A - подгруппа, а N - нормальный делитель группы G, то группы $A/N\cap N$ и AN/N изоморфны.
Докажите, что группа G разложима в прямое произведение своих подгрупп A и B, если A, B - нормальные делители группы, пересечение их состоит только из единицы и множество $AB=\{ab \mid a\in A,\ b\in B\}$ совпадает со всей группой G.
Докажите, что прямое произведение двух конечных циклических групп взаимно простых порядков является циклической группой.
Докажите, что прямое произведение двух конечных циклических групп, порядки которых не взаимно просты, не является циклической группой.
Докажите, что циклическая группа порядка ab, где НОД(a, b)=1, раскладывается в прямое произведение своих подгрупп порядков a и b.
Докажите, что в конечной абелевой группе можно выделить неединичный циклический прямой множитель.
Докажите, что абелева конечная группа является прямым произведением циклических групп.
Докажите, что абелева группа проста тогда и только тогда, когда она конечна и порядок ее - простое число.
Докажите, что каждая конечная группа изоморфно вложима в группу с двумя порождающими элементами.
Докажите, что мощность G-орбиты элемента a равна индексу стабилизатора элемента a в группе G.
Докажите, что подгруппа конечного индекса содержит нормальный делитель конечного индекса.
Докажите, что подгруппа конечного индекса имеет конечное число сопряжений.
Докажите, что если p - простое наименьшее число, делящее порядок группы G, то подгруппа индекса p в G нормальна в G.
Докажите, что группа внутренних автоморфизмов группы G изоморфна факторгруппе $G/Z(G)$ группы G по ее центру $Z(G)$.

Докажите, что если факторгруппа $G/Z(G)$ группы G по ее центру $Z(G)$ отлична от единицы, то группа G - нециклическая.
Докажите, что если группа G - неабелева, то группа $Aut(G)$ - нециклическая.
Докажите, что если группа G - абелева порядка больше двух, то группа $Aut(G)$ содержит элемент второго порядка.
Докажите, что бесконечная циклическая группа не является группой автоморфизмов никакой группы.
Докажите, что циклическая группа нечетного порядка не является группой автоморфизмов никакой группы.
Докажите, что конечная абелева группа - разрешима.
Докажите, что простая нециклическая группа - неразрешима.
Докажите, что симметрические группы S_2, S_3, S_4 - разрешимы.
Докажите, что подгруппа разрешимой группы разрешима.
Докажите, что знакопеременная группа A_5 - неразрешима.
Докажите, что если n>4, то симметрическая группа S_n - неразрешима.

Типовые задания для самостоятельной работы

Типовое задание № 1.
Вариант № 1

Докажите, что:

Число элементов группы G, сопряженных с данным элементом, делит порядок группы G.
Циклическая группа нечетного порядка не является группой автоморфизмов никакой группы.
Гомоморфный прообраз бесконечной группы является бесконечной группой.
Отображение, переводящее каждый элемент x группы G в $g^{-1}xg$, является автоморфизмом группы G.
Если H - подгруппа группы G и x - элемент из G, то $x^{-1}Hx$ - тоже подгруппа в G.

Типовое задание № 1.
Вариант № 2
Докажите, что:

Знакопеременная группа A_n имеет индекс два в симметрической группе S_n.
Каждая группа изоморфно вложима в мультипликативную группу некоторого кольца.
Мультипликативная группа ненулевых комплексных чисел неизоморфна аддитивной группе комплексных чисел.
Конечный моноид с правым сокращением является группой.
Любой гомоморфизм группы является произведением естественного гомоморфизма и изоморфизма.

Типовое задание № 1.
Вариант № 3
Докажите, что:

Симметрическая группа порождается транспозициями, переставляющими соседние элементы.
Группа автоморфизмов некоммутативной группы состоит не из одной единицы.
Группа G разложима в прямое произведение своих подгрупп A и B, если A, B - нормальные делители группы, пересечение их состоит только из единицы, и множество $AB=\{ab \mid a\in A,\ b\in B\}$ совпадает со всей группой G.
Любая неабелева группа - нециклическая.
Не каждая подгруппа группы G является ядром некоторого гомоморфизма группы G.

Типовое задание № 1.
Вариант № 4
Докажите, что:

Аддитивная группа рациональных чисел и мультипликативная группа положительных рациональных чисел не изоморфны.
Гомоморфный образ группы сам является группой.
Любая неединичная группа содержит хотя бы одну неединичную абелеву подгруппу.
Для любого числа p^n , где p - простое, $n>1$, существует нециклическая группа порядка p^n.
Конечные циклические группы одинакового порядка изоморфны.

Типовое задание № 1.
Вариант № 5
Докажите, что:

Четность числа транспозиций в представлении любой подстановки зависит не от способа представления, а только от самой подстановки.
Индекс подгруппы движений первого рода в группе всех движений плоскости равен двум.
Мультипликативная группа ненулевых рациональных чисел разложима в прямое произведение своих подгрупп.
Каждый нормальный делитель группы является ядром некоторого гомоморфизма.
Отношение сравнимости по модулю подгруппы является отношением эквивалентности.

Типовое задание № 1.
Вариант № 6
Докажите, что:

Для любого натурального n существует группа из n элементов.
Для любой группы G множество $G^{-1}=\{x^{-1} \mid x\in G\}$ совпадает со всем множеством G.
Если подгруппа H группы G вместе с каждым элементом содержит и любое его сопряжение в G, то левостороннее разложение группы G по H совпадает с правосторонним.
Группы порядка два и три изоморфны; существуют не изоморфные группы порядка четыре.
Подгруппа H группы G имеет единственную сопряженную с ней подгруппу тогда и только тогда, когда H - нормальный делитель в G.

Типовое задание № 1.
Вариант № 7
Докажите, что:

Факторгруппа группы действительных неособенных матриц по подгруппе матриц с положительным определителем является циклической группой второго порядка.
Если $n \geq 3$, то симметрическая группа S_n не абелева.
Пересечение конечного числа подгрупп конечного индекса само является подгруппой конечного индекса.
Для любой группы G и любого элемента g из G множества G, $Gg = \{xg | x \in G\}$ и $gG = \{gx | x \in G\}$ совпадают.
Если f - гомоморфизм алгебры A на алгебру A_1 и e - нейтральный элемент в A, то $f(e)$ - нейтральный элемент в A_1.

Типовое задание № 1.
Вариант № 8
Докажите, что:

Все группы, состоящие менее чем из шести элементов, - абелевы.
Элемент x группы G имеет единственный сопряженный в G тогда и только тогда, когда $x \in Z(G)$.
Для любой подстановки α из S_n выполняется равенство $\operatorname{sgn}\alpha^{-1} = \operatorname{sgn}\alpha$..
Если f - гомоморфизм группы G на группу G_1, то $f(x^{-1})=[f(x)]^{-1}$.
Факторгруппа симметрической группе по знакопеременной подгруппе является циклической второго прядка.

Типовое задание № 1.
Вариант № 9
Докажите, что:

Для любого четного $n \geq 6$ существует неабелева группа из n элементов.
В группе существует единственный идемпотентный элемент.
Неединичная подгруппа бесконечной циклической группы сама является бесконечной циклической.
Полугруппа эндоморфизмов бесконечной циклической группы изоморфна мультипликативной полугруппе целых неотрицательных чисел.
Прямое произведение циклических групп порядков m, n является циклической группой тогда и только и тогда, когда числа m, n - взаимно просты.

Типовое задание № 1.
Вариант № 10
Докажите, что:

Аддитивная группа рациональных чисел неразложима в прямое произведение своих подгрупп.

Отображение $\sigma \mapsto sgn\sigma$, ставящее каждой подстановке σ в соответствие ее знак $sgn\sigma$, является гомоморфизмом симметрической группы S_n в мультипликативную группу $<\{1, -1\}; \cdot >$.
Если группа содержит более двух элементов, то у нее есть неединичный автоморфизм.
Симметрическая группа S_3 изоморфна группе самосовмещений правильного треугольника.

Типовое задание № 1.
Вариант № 11
Докажите, что:

Единичный элемент группы содержится в любой ее подгруппе.
Аддитивная группа рациональных чисел – нециклическая.
Множество корней n-ой степени из единицы образует группу, и эта группа порождается одним элементом.
Если элемент группы g имеет порядок m, то $g^k=g^n$ тогда и только тогда, когда число $k \equiv n (\mathrm{mod}\ m)$.
Если a, b - элементы группы, то элементы ab и ba имеют одинаковые порядки.

Типовое задание № 1.
Вариант № 12
Докажите, что:

Пересечение любого числа подгрупп является подгруппой.
Множество корней n-ой степени из единицы образует группу, и эта группа порождается одним элементом.
Если α произвольная подстановка из S_n, то отображение S_n в S_n по правилу: $\sigma \mapsto \sigma\alpha$, является биективным.
Подгруппа циклической группы сама является циклической.
Если m и n взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.
Типовое задание № 1.
Вариант № 13
Докажите, что:

Каждая циклическая группа порядка nm, где n, m - взаимно просты, является прямым произведением двух циклических групп порядков n и m.
Группа всех комплексных чисел, модуль которых равен 1, не имеет подгрупп конечного индекса.
Группа автоморфизмов мультипликативной группы рациональных чисел несчетна.
Порядок любой подгруппы делит порядок всей группы.
Сопряженные элементы группы имеют одинаковые порядки.

Типовое задание № 1.
Вариант № 14
Докажите, что:

Сумма всех корней n-ой степени из единицы равна нулю.

Не для каждого натурального n существует неабелева группа из n элементов.
Если группа G_1 имеет порядок больше двух, то, кроме естественного гомоморфизма группы G на G_1, найдется и неестественный гомоморфизм.
Ядро гомоморфизма групп является нормальным делителем.
Подгруппа конечного индекса содержит нормальный делитель конечного индекса.

Типовое задание № 1.
Вариант № 15
Докажите, что:

Центр группы является нормальной подгруппой.
Каждый нормальный делитель N группы G является ядром естественного гомоморфизма группы G на факторгруппу G/N.
При гомоморфизме одной группы в другую образами подгрупп являются подгруппы.
Гомоморфный образ группы изоморфен факторгруппе по ядру гомоморфизма.
Если m и n не взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы не является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.

Типовое задание № 1.
Вариант № 16
Докажите, что:

Если в группе G содержится лишь один неединичный элемент g такой, что $g^2=e$, единице группы, то g принадлежит центру группы G.
Если группа A конечно порождена, то каждая возрастающая цепочка подгрупп $A_1<A_2<\ldots<A_n<\ldots$ алгебры A обрывается на конечном шаге.
Наименьшая нециклическая группа состоит из четырех элементов.
Ядро гомоморфизма групп является подгруппой.
Каждая циклическая группа n-ого порядка изоморфна группе корней n-ой степени из единицы.

Типовое задание № 1.
Вариант № 17
Докажите, что

Пересечение любого числа нормальных делителей группы само является нормальным делителем.
В группе четного порядка содержится подгруппа, содержащая два элемента.
Подгруппа самосовмещений правильного n-угольника в группе всех движений плоскости состоит из $2n$ элементов.
Значение произведения $a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n$ элементов группы не зависит от расстановки скобок.
Группа автоморфизмов бесконечной циклической группы является циклической второго порядка.

Типовое задание № 1.
Вариант № 18

Докажите, что:

Группа порядка pq, где p, q - различные простые числа, - не проста.
Множество внутренних автоморфизмов группы является нормальную делителем группы всех автоморфизмов этой группы.
Если N - нормальный делитель группы G и H - нормальная подгруппа группы G, содержащая N, то H/N является нормальным делителем в группе G/N.
Если m и n не взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы не является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.
Если p – наименьшее простое число, делящее порядок группы G, то подгруппа индекса р нормальна в G.

Типовое задание № 1.
Вариант № 19
Докажите, что:

Множество параллельных переносов плоскости является нормальным делителем группы всех движений плоскости.
Каждая конечная группа изоморфна группе подстановок.
Отношение сопряженности в группе является отношением эквивалентности.
Аддитивная группа рациональных чисел неразложима в прямое произведение своих подгрупп.
Группа простого порядка является циклической.

Типовое задание № 1.
Вариант № 20
Докажите, что:

Аддитивная группа рациональных чисел не содержит подгрупп конечного индекса.
Если H - подгруппы, а N - нормальная подгруппа группы G, то комплекс HN является подгруппой в G, причем $HN=NH$.
Знакопеременная группа An порождается множеством тройных циклов.
Центр группы является подгруппой.
Симметрическая группа S_n порождается двумя элементами:

Типовое задание № 1.
Вариант № 21
Докажите, что:

Для циклических групп выполняется обращение теоремы Лагранжа.
Если факторгруппа группы G по ее центру отлична от единицы, то она нециклическая.
В группе уравнения $xa = b$ и $ay = b$ имеют единственное решение для любых элементов a, b.
Каждый ненулевой эндоморфизм аддитивной группы рациональных чисел является автоморфизмом.
Подгруппа самосовмещений правильного n-угольника в группе всех движений плоскости порождается двумя элементами второго порядка.

Типовое задание № 1.
Вариант № 22
Докажите, что:

Моноид, в котором выполняется тождество $x^2 = e$, является абелевой группой.
Решетка подгрупп циклической группы n-го порядка изоморфна решетке натуральных делителей числа n.

Если A, B - конечные подгруппы, то $|AB| = \dfrac{|A| \cdot |B|}{|A \cap B|}$.

Если a и b - перестановочные групповые элементы порядков m и n соответственно, то в группе найдется элемент, порядок которого равен НОК[a, b].
Пересечение любого числа подгрупп является подгруппой.

Типовое задание № 1.
Вариант № 23
Докажите, что:

Каждая группа на множестве M изоморфна подгруппе группы S_M обратимых преобразований множества M.
Для того чтобы полугруппа G была изоморфно вложима в некоторую группу, необходимо выполнение в G закона сокращения.
Если H - подгруппа конечной группы G, то $|G| = |G{:}H| \cdot |H|$.

Если H - ядро гомоморфизма групп, то сравнимость по модулю H является конгруэнцией.
Если H и P - нормальные делители группы G, то комплекс HP - тоже нормальный делитель в G.

Типовое задание № 1.
Вариант № 24
Докажите, что:

Если m - порядок группы G, то m-ая степень каждого элемента из G равна единице.
Аддитивная группа целых чисел неразложима в прямое произведение своих подгрупп.
Если абелева группа содержит более двух элементов, то ее группа автоморфизмов содержит элемент второго порядка.
Для того чтобы полугруппа G была изоморфно вложима в некоторую группу, необходимо выполнение в G закона сокращения.
Если порядок группы G - простое число, то у G нет подгрупп, кроме тривиальных.

Типовое задание № 1.
Вариант № 25
Докажите, что:

Если сравнимость по модулю подгруппы H является конгруэнцией в группе G, то H - ядро гомоморфизма группы G.
Факторгруппа абелевой группы - абелева.
Если G=A×B, то факторгруппа ${}^{G}\!/_{A}$ изоморфна группе B.

Циклическая группа порядка p^n, где p - простое число, неразложима в прямое произведение.
Пересечение нормальных делителей, определяющих абелевы факторгруппы, само определяет абелеву факторгруппу.

Типовое задание № 2.
Вариант № 1
Докажите, что:

Кольцо K является прямым произведением своих подколец A и B тогда и только тогда, когда пересечение подколец A и B состоит из одного нуля, множество совпадает со всем K и для каждого a из A и каждого b из B произведение ab равно нулю.
В кольце главных идеалов любые два элемента обладают наименьшим общим кратным.
Каждую булеву функцию от n переменных можно представить многочленом от n переменных.
Булево конечное кольцо изоморфно прямой степени двухэлементного поля.
В булевой решетке можно так определить сложение и умножение, что решетка превратится в булево кольцо.

Типовое задание № 2.
Вариант № 2
Докажите, что:

В булевом кольце можно так определить пересечение, объединение и дополнение, что кольцо превратится в булеву решетку.
В гауссовом кольце K для любого конечного множества элементов S существует наибольший общий делитель d, однако, не для каждых элементов a, b найдутся такие элементы u, v из K, что $d= au+bv$.
В гауссовом кольце, не являющимся кольцом главных идеалов, идеал, порожденный простым элементом, не обязательно является максимальным.
В евклидовом кольце K элемент p является простым тогда и только тогда, когда идеал (p) - максимальный в K.
В евклидовом кольце все идеалы главные.

Типовое задание № 2.
Вариант № 3
Докажите, что:

В евклидовом кольце каждый составной элемент обладает представлением в виде произведения простых элементов.
В евклидовом кольце любая пара ненулевых элементов обладает наибольшим общим делителем и наименьшим общим кратным.
В кольце главных идеалов возрастающие цепочки идеалов обрываются на конечном шаге.
В кольце главных идеалов для любого множества элементов существует наименьшее общее кратное.
В кольце главных идеалов K два элемента a, b взаимно просты тогда и только тогда, когда найдутся такие элементы u, v из K, что $au + bv=1$.

Типовое задание № 2.
Вариант № 4
Докажите, что:

В кольце главных идеалов K два элемента a, b взаимно просты тогда и только тогда, когда $(a)+(b)=K$.
В кольце главных идеалов каждый составной элемент обладает представлением в виде произведения простых элементов.
В кольце главных идеалов любые два элемента обладают наибольшим общим делителем.
В кольце главных идеалов наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное элементов a и b связаны соотношением $(a, b)[a, b] = ab$.
В кольце многочленов $Z[x]$ над кольцом целых чисел Z существуют неглавные идеалы.

Типовое задание № 2.
Вариант № 5
Докажите, что:

В кольце многочленов от двух переменных с действительными коэффициентами нет алгоритма деления с остатком.
В кольце многочленов от одного переменного с целыми коэффициентами нет алгоритма деления с остатком.
В кольце отсутствуют делители нуля тогда и только тогда, когда выполняется закон сокращения.
В кольце целых гауссовых чисел все идеалы главные.
Все возрастающие цепочки идеалов кольца K обрываются на конечном шаге тогда и только тогда, когда все идеалы кольца K конечно порождены.

Типовое задание № 2.
Вариант № 6
Докажите, что:

Гомоморфный образ кольца изоморфен факторкольцу по ядру.
Для каждого ненулевого кольца K и трансцендентного над K элемента x существует простое трансцендентное расширение $K[x]$.
Для каждого целостного кольца K и трансцендентного над K элемента x существует простое трансцендентное расширение $K[x]$.
Для каждых n многочленов $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x)$ с коэффициентами из поля P существуют такие многочлены $u_1(x), u_2(x), \ldots, u_n(x)$ из $P[x]$, что $u_1(x)\cdot f_1(x)+u_2(x)\cdot f_2(x)+ \ldots + u_n(x)\cdot f_n(x)=d(x)$, где $d(x) = (f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x))$.
Для каждых двух многочленов $f(x)$, $g(x)$ с коэффициентами из поля P существуют такие многочлены $u(x)$, $v(x)$ из $P[x]$, что $u(x)\cdot f(x)+v(x)\, g(x)=(f(x), g(x))$, где $deg\ v(x)<deg\ f(x)$, $deg\ u(x)<deg\ g(x)$.

Типовое задание № 2.
Вариант № 7
Докажите, что:

Для любого n существует булево кольцо, состоящее из 2^n элементов.

Для любого натурального m существует кольцо с ненулевым умножением, состоящее из m элементов.
Для того чтобы подкольцо H было ядром некоторого гомоморфизма необходимо и достаточно, чтобы сравнимость по модулю H была конгруэнцией.
Евклидово кольцо является гауссовым.
Евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.

Типовое задание № 2.
Вариант № 8
Докажите, что:

Если K- целостное кольцо, содержащее поле P, то в K существует такой идеал I, что факторкольцо является полем и это поле содержит изоморфную копию P.
Если $q\mid p_1p_2$, где q, p_1, p_2 - простые элементы, то для некоторого элемент q ассоциирован с p_1 или с p_2.
Если $q\mid p_1p_2...p_n$ где q, p_i - простые элементы из кольца главных идеалов, то для некоторого i элементы q и p_i - ассоциированы.
Если числа a, b - взаимно просты, то кольцо классов вычетов Z_{ab} является прямым произведением колец Z_a и Z_b.
Если A, B - ассоциативные кольца с единицей, то $|(A\times B)^*| = |A^*|\cdot|B^*|$.

Типовое задание № 2.
Вариант № 9
Докажите, что:

Если A, B - ассоциативные кольца с единицей, то мультипликативная группа прямого произведения колец является прямым произведением мультипликативных групп множителей, $(A\times B)^*=A^*\times B^*$.
Если a, b - элементы евклидова кольца K, и $d=(a, b)$, то в K существуют элементы u, v такие, что $au+bv=d$, причем элементы u, v можно найти с помощью неполных частных алгоритма Евклида.
Если a, b, c - элементы кольца главных идеалов, $a\mid bc$ и $(a, b) = 1$, то $a\mid c$.
Если H - конечное подмножество кольца K, то H является подкольцом тогда и только тогда, когда оно замкнуто относительно сложения и умножения.
Если H - ядро гомоморфизма φ, то сравнимость по модулю H является конгруэнцией.

Типовое задание № 2.
Вариант № 10
Докажите, что:

Если K конечное целостное кольцо, состоящее из n элементов, то каждое отображение f: $K\to K$ можно единственным образом представить многочленом степени, не выше n-1.
Если K конечное целостное кольцо, состоящее из n элементов, то каждое отображение f: $K^n\to K$ можно единственным образом представить многочленом от n переменных, в котором степень каждого переменного не превышает n-1.

Если M - конечное множество из n элементов, то кольцо $<P(M); \oplus, \cap>$ изоморфно прямой n-ой степени кольца Z_2.
Если P - поле частных гауссового кольца K, то многочлен с коэффициентами из K приводим над K тогда и только тогда, когда он приводим над P.
Если P - поле частных гауссового кольца, то представление каждого многочлена положительной степени из $P[x]$ в виде произведения содержания и примитивной части единственно с точностью до ассоциированности множителей.

Типовое задание № 2.
Вариант № 11
Докажите, что:

Если p - простое число, то многочлен уравнения деления круга $x^{p-1}+x^{n-2}+...+x+1$ неприводим над полем рациональных чисел.
Если в кольце К все идеалы конечно порождены, то все возрастающие цепочки идеалов обрываются на конечном шаге.
Если в кольце K каждая возрастающая цепочка главных идеалов обрывается на конечном шаге, то каждый составной элемент из К обладает представлением в виде произведения простых элементов.
Если в целостном кольце каждый простой элемент порождает простой идеал, то каждый составной элемент имеет не более одного представления в виде произведения простых элементов.
Если кольца K_1 и K_2 изоморфны, то их простые трансцендентные расширения $K_1[x]$ и $K_2[x]$ тоже изоморфны.

Типовое задание № 2.
Вариант № 12
Докажите, что:

Если кольцо K - гауссово, а p - простой элемент в K, то факторкольцо - целостное.
Если кольцо K является прямым произведением подколец A и B, то оба эти подкольца имеют нулевое пересечение и $K = A + B$.
Если многочлен $f(x)$ с коэффициентами из поля P нулевой характеристики не имеет кратных корней в P, то он не имеет кратных корней в любом расширении поля P.
Если поле P - гомоморфный образ кольца K, и степени многочлена $f(x)$ из K[x] и его образа $f_1(x)$ в P[x] равны и $f_1(x)$ - неприводим в $P[x]$, то многочлена $f(x)$ неприводим в $K[x]$.
Если существует кольцо целых чисел, то существует поле рациональных чисел.

Типовое задание № 2.
Вариант № 13
Докажите, что:
Если характеристика кольца составное число, то в кольце есть делители нуля.
Если целостное кольцо K не является гауссовым, то факторкольцо по идеалу, порожденному простым элементом p, может оказаться не целостным.
Задача разложения многочлена с одним переменным и целыми коэффициентами на неприводимые множители алгоритмически разрешима.
Каждая конечная булева решетка изоморфна булевой решетке всех подмножеств некоторого конечного множества.

Каждое булево кольцо изоморфно вкладывается в кольцо подмножеств некоторого множества.

Типовое задание № 2.
Вариант № 14
Докажите, что:

Каждое конечное булево конечное кольцо изоморфно кольцу всех подмножеств некоторого конечного множества.
Каждое тело нулевой характеристики содержит в точности одно подкольцо, изоморфное кольцу целых чисел.
Каждое тело нулевой характеристики содержит в точности одно подполе, изоморфное полю рациональных чисел.
Каждое целостное кольцо изоморфно вложимо в некоторое поле.
Каждое целостное кольцо изоморфно вложимо в поле.

Типовое задание № 2.
Вариант № 15
Докажите, что:

Каждый идеал кольца является ядром некоторого гомоморфизма.
Кольца с ненулевым умножением, состоящие из двух элементов, изоморфны.
Кольца с ненулевым умножением, состоящие из трех элементов, изоморфны.
Кольцо K разлагается в прямое произведение своих идеалов A и B, если A и B взаимно просты и имеют нулевое пересечение.
Кольцо K является прямым произведением своих подколец A и B тогда и только тогда, когда A, B - двусторонние идеалы в K, пересечение $A\cap B$ состоит из одного нуля, а комплекс $A+B$ совпадает с K.

Типовое задание № 2.
Вариант № 16
Докажите, что:

Кольцо главных идеалов является гауссовым.
Кольцо квадратных матриц с элементами из поля просто.
Кольцо многочленов над полем является кольцом главных идеалов.
Кольцо с неоднозначным разложением на простые множители не является евклидовым.
Кольцо целых гауссовых чисел изоморфно факторкольцу кольца многочленов с действительными коэффициентами по идеалу, порожденному многочленом

Типовое задание № 2.
Вариант № 17
Докажите, что:

Кольцо целых гауссовых чисел является гауссовым.

Кольцо является нётеровым тогда и только тогда, когда каждая возрастающая цепочка его идеалов $I_1 \subseteq I_2 \subseteq I_3 \subseteq ... \subseteq I_i \subseteq ...$ обрывается на конечном шаге.
Кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, имеет характеристику два.
Кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, коммутативно.
Кольцо, содержащее неглавный идеал, - не евклидово.
Конечное кольцо является полем тогда и только тогда, когда оно целостное.

Типовое задание № 2.
Вариант № 18
Докажите, что:

Конечное булево кольцо состоит из 2^n элементов.
Корень кратности k многочлена $f(x)$ с коэффициентами из поля нулевой характеристики является $(k$-1)-кратным корнем производной $f'(x)$.
Любая функция от одного переменного, определенная над конечным целостным кольцом со значениями в этом кольце является многочленом.
Любой гомоморфизм полей является изоморфизмом.

Типовое задание № 2.
Вариант № 19
Докажите, что:

Многообразие колец замкнуто относительно взятия подколец и прямых произведений.
Многочлен $a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n$ с целыми коэффициентами неприводим над полем рациональных чисел, если существует такое простое число p, что: a_0 не делится на p; все остальные коэффициенты делятся на p; a_n не делится на p^2.
Многочлен с коэффициентами из поля нулевой характеристики не имеет кратных корней тогда и только тогда, когда он взаимно прост со своей производной.
Многочлен с целыми коэффициентами приводим над полем рациональных чисел тогда и только тогда, когда он приводим над кольцом целых чисел.
Множество частично упорядочено отношением делимости.

Типовое задание № 2.
Вариант № 20
Докажите, что:

Множество M всех последовательностей элементов из кольца K, в которых почти все элементы равны нулю, счётно или равномощно множеству K.
Множество $P(M)$ всех подмножеств множества M с операциями «симметрическая разность» и «пересечение» является булевым кольцом.
Множество всех эндоморфизмов абелевой группы A с операциями сложения и умножения образуют кольцо.
Множество делителей нуля и множество обратимых элементов кольца не пересекаются.
Множество конечных десятичных дробей образует кольцо.

Типовое задание № 2.
Вариант № 21
Докажите, что:

в кольце *K*, со значениями в *K* с операциями, заданными правилами
Над конечным полем существуют неприводимые многочлены степени, большей любого натурального числа.
Над любым полем существует бесконечно много неприводимых многочленов.
Над полем рациональных чисел существуют неприводимые многочлены любой степени.
Наибольший общий делитель двух элементов из евклидова кольца равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида, примененного к этим элементам.

Типовое задание № 2.
Вариант № 22
Докажите, что:

Наибольший общий делитель ненулевых чисел a, b равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида, примененному к этим числам.
Не каждое подкольцо является ядром кольцевого гомоморфизма Отношение сравнимости по модулю идеала и операции кольца согласованы.
Не существует алгоритма деления для многочленов от одного переменного с целочисленными коэффициентами.
Неприводимый k-кратный множитель многочлена $f(x)$ с коэффициентами из поля нулевой характеристики является $(k$-$1)$-кратным множителем производной .
Ни одно кольцо без делителей нуля неразложимо в прямое произведение.

Типовое задание № 2.
Вариант № 23
Докажите, что:

Нуль кольца является аннулирующим элементом кольца.
Обратимые элементы ассоциативного кольца с единицей образуют мультипликативную группу.
Объединение возрастающей цепочки идеалов само является идеалом.
Объединение возрастающей цепочки идеалов является идеалом.
Отношение делимости в целостном кольце является отношением предпорядка.

Типовое задание № 2.
Вариант № 24
Докажите, что:

Пересечение идеалов кольца является идеалом.
Подкольца полей и только они являются целостными кольцами.
Поле частных целостного кольца K единственно с точностью до изоморфизма.
Поле является простым кольцом.
При любом изоморфизме двух числовых колец с единицами кольцо целых чисел остается неподвижным.

Типовое задание № 2.
Вариант № 25
Докажите, что:

Простое трансцендентное расширение гауссового кольца является гауссовым кольцом.

Простое целостное кольцо с единицей является полем.
Прямое произведение колец является кольцом.
Существуют неизоморфные кольца с ненулевым умножением, состоящие из четырех элементов.
Тело является простым кольцом.

Типовое задание № 2.
Вариант № 26
Докажите, что:

Умножение в кольце дистрибутивно относительно вычитания.
Факторкольцо целостного кольца K по идеалу I является полем тогда и только тогда, когда идеал I - максимальный в K.
Характеристика булева кольца равна двум.
Центр кольца является подкольцом.
Ядро гомоморфизма φ: $K \to K_1$ колец K и K_1 является идеалом в кольце K.

Типовое задание № 2.
Вариант № 1
Докажите, что:

Кольцо K является прямым произведением своих подколец A и B тогда и только тогда, когда пересечение подколец A и B состоит из одного нуля, множество совпадает со всем K и для каждого a из A и каждого b из B произведение ab равно нулю.
В кольце главных идеалов любые два элемента обладают наименьшим общим кратным.
Каждую булеву функцию от n переменных можно представить многочленом от n переменных.
Булево конечное кольцо изоморфно прямой степени двухэлементного поля.
В булевой решетке можно так определить сложение и умножение, что решетка превратится в булево кольцо.

Типовое задание № 2.
Вариант № 2
Докажите, что:

В булевом кольце можно так определить пересечение, объединение и дополнение, что кольцо превратится в булеву решетку.
В гауссовом кольце K для любого конечного множества элементов S существует наибольший общий делитель d, однако, не для каждых элементов a, b найдутся такие элементы u, v из K, что $d= au+bv$.
В гауссовом кольце, не являющимся кольцом главных идеалов, идеал, порожденный простым элементом, не обязательно является максимальным.
В евклидовом кольце K элемент p является простым тогда и только тогда, когда идеал (p) - максимальный в K.
В евклидовом кольце все идеалы главные.

Типовое задание № 2.
Вариант № 3

Докажите, что:

В евклидовом кольце каждый составной элемент обладает представлением в виде произведения простых элементов.
В евклидовом кольце любая пара ненулевых элементов обладает наибольшим общим делителем и наименьшим общим кратным.
В кольце главных идеалов возрастающие цепочки идеалов обрываются на конечном шаге.
В кольце главных идеалов для любого множества элементов существует наименьшее общее кратное.
В кольце главных идеалов K два элемента a, b взаимно просты тогда и только тогда, когда найдутся такие элементы u, v из K, что $au + bv=1$.

Типовое задание № 2.
Вариант № 4
Докажите, что:

В кольце главных идеалов K два элемента a, b взаимно просты тогда и только тогда, когда $(a)+(b)=K$.
В кольце главных идеалов каждый составной элемент обладает представлением в виде произведения простых элементов.
В кольце главных идеалов любые два элемента обладают наибольшим общим делителем.
В кольце главных идеалов наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное элементов a и b связаны соотношением $(a, b)[a, b] = ab$.
В кольце многочленов Z[x] над кольцом целых чисел Z существуют неглавные идеалы.

Типовое задание № 2.
Вариант № 5
Докажите, что:

В кольце многочленов от двух переменных с действительными коэффициентами нет алгоритма деления с остатком.
В кольце многочленов от одного переменного с целыми коэффициентами нет алгоритма деления с остатком.
В кольце отсутствуют делители нуля тогда и только тогда, когда выполняется закон сокращения.
В кольце целых гауссовых чисел все идеалы главные.
Все возрастающие цепочки идеалов кольца K обрываются на конечном шаге тогда и только тогда, когда все идеалы кольца K конечно порождены.

Типовое задание № 2.
Вариант № 6
Докажите, что:

Гомоморфный образ кольца изоморфен факторкольцу по ядру.
Для каждого ненулевого кольца K и трансцендентного над K элемента x существует простое трансцендентное расширение $K[x]$.
Для каждого целостного кольца K и трансцендентного над K элемента x существует простое трансцендентное расширение $K[x]$.

Для каждых n многочленов $f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x)$ с коэффициентами из поля P существуют такие многочлены $u_1(x), u_2(x), ..., u_n(x)$ из $P[x]$, что $u_1(x)\cdot f_1(x)+u_2(x)\cdot f_2(x)+ ... + u_n(x)\cdot f_n(x)=d(x)$, где $d(x) = (f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x))$.
Для каждых двух многочленов $f(x), g(x)$ с коэффициентами из поля P существуют такие многочлены $u(x), v(x)$ из $P[x]$, что $u(x)\cdot f(x)+v(x)\, g(x)=(f(x), g(x))$, где $deg\, v(x)<deg\, f(x)$, $deg\, u(x)<deg\, g(x)$.

Типовое задание № 2.
Вариант № 7
Докажите, что:

Для любого n существует булево кольцо, состоящее из 2^n элементов.
Для любого натурального m существует кольцо с ненулевым умножением, состоящее из m элементов.
Для того чтобы подкольцо H было ядром некоторого гомоморфизма необходимо и достаточно, чтобы сравнимость по модулю H была конгруэнцией.
Евклидово кольцо является гауссовым.
Евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.

Типовое задание № 2.
Вариант № 8
Докажите, что:

Если K- целостное кольцо, содержащее поле P, то в K существует такой идеал I, что факторкольцо является полем и это поле содержит изоморфную копию P.
Если $q \mid p_1p_2$, где q, p_1, p_2 - простые элементы, то для некоторого элемент q ассоциирован с p_1 или с p_2.
Если $q \mid p_1p_2...p_n$ где q, p_i - простые элементы из кольца главных идеалов, то для некоторого i элементы q и p_i - ассоциированы.
Если числа a, b - взаимно просты, то кольцо классов вычетов Z_{ab} является прямым произведением колец Z_a и Z_b.
Если A, B - ассоциативные кольца с единицей, то $|(A\times B)^*|=|A^*|\cdot|B^*|$.

Типовое задание № 2.
Вариант № 9
Докажите, что:

Если A, B - ассоциативные кольца с единицей, то мультипликативная группа прямого произведения колец является прямым произведением мультипликативных групп множителей, $(A\times B)^*=A^*\times B^*$.
Если a, b - элементы евклидова кольца K, и $d=(a, b)$, то в K существуют элементы u, v такие, что $au+bv=d$, причем элементы u, v можно найти с помощью неполных частных алгоритма Евклида.
Если a, b, c - элементы кольца главных идеалов, $a \mid bc$ и $(a, b) = 1$, то $a \mid c$.
Если H - конечное подмножество кольца K, то H является подкольцом тогда и только тогда, когда оно замкнуто относительно сложения и умножения.
Если H - ядро гомоморфизма φ, то сравнимость по модулю H является конгруэнцией.

Типовое задание № 2.
Вариант № 10
Докажите, что:

Если K конечное целостное кольцо, состоящее из n элементов, то каждое отображение f: $K \to K$ можно единственным образом представить многочленом степени, не выше n-1.
Если K конечное целостное кольцо, состоящее из n элементов, то каждое отображение f: $K^n \to K$ можно единственным образом представить многочленом от n переменных, в котором степень каждого переменного не превышает n-1.
Если M - конечное множество из n элементов, то кольцо $<P(M); \oplus, \cap>$ изоморфно прямой n-ой степени кольца Z_2.
Если P - поле частных гауссового кольца K, то многочлен с коэффициентами из K приводим над K тогда и только тогда, когда он приводим над P.
Если P - поле частных гауссового кольца, то представление каждого многочлена положительной степени из $P[x]$ в виде произведения содержания и примитивной части единственно с точностью до ассоциированности множителей.

Типовое задание № 2.
Вариант № 11
Докажите, что:

Если p - простое число, то многочлен уравнения деления круга $x^{p-1}+x^{n-2}+...+x+1$ неприводим над полем рациональных чисел.
Если в кольце К все идеалы конечно порождены, то все возрастающие цепочки идеалов обрываются на конечном шаге.
Если в кольце K каждая возрастающая цепочка главных идеалов обрывается на конечном шаге, то каждый составной элемент из К обладает представлением в виде произведения простых элементов.
Если в целостном кольце каждый простой элемент порождает простой идеал, то каждый составной элемент имеет не более одного представления в виде произведения простых элементов.
Если кольца K_1 и K_2 изоморфны, то их простые трансцендентные расширения $K_1[x]$ и $K_2[x]$ тоже изоморфны.

Типовое задание № 2.
Вариант № 12
Докажите, что:

Если кольцо K - гауссово, а p - простой элемент в K, то факторкольцо - целостное.
Если кольцо K является прямым произведением подколец A и B, то оба эти подкольца имеют нулевое пересечение и $K = A + B$.
Если многочлен $f(x)$ с коэффициентами из поля P нулевой характеристики не имеет кратных корней в P, то он не имеет кратных корней в любом расширении поля P.
Если поле P - гомоморфный образ кольца K, и степени многочлена $f(x)$ из К[x] и его образа $f_1(x)$ в P[x] равны и $f_1(x)$ - неприводим в $P[x]$, то многочлена $f(x)$ неприводим в $K[x]$.
Если существует кольцо целых чисел, то существует поле рациональных чисел.

Типовое задание № 2.

Вариант № 13
Докажите, что:
Если характеристика кольца составное число, то в кольце есть делители нуля.
Если целостное кольцо *K* не является гауссовым, то факторкольцо по идеалу, порожденному простым элементом *p*, может оказаться не целостным.
Задача разложения многочлена с одним переменным и целыми коэффициентами на неприводимые множители алгоритмически разрешима.
Каждая конечная булева решетка изоморфна булевой решетке всех подмножеств некоторого конечного множества.
Каждое булево кольцо изоморфно вкладывается в кольцо подмножеств некоторого множества.

Типовое задание № 2.
Вариант № 14
Докажите, что:

Каждое конечное булево конечное кольцо изоморфно кольцу всех подмножеств некоторого конечного множества.
Каждое тело нулевой характеристики содержит в точности одно подкольцо, изоморфное кольцу целых чисел.
Каждое тело нулевой характеристики содержит в точности одно подполе, изоморфное полю рациональных чисел.
Каждое целостное кольцо изоморфно вложимо в некоторое поле.
Каждое целостное кольцо изоморфно вложимо в поле.

Типовое задание № 2.
Вариант № 15
Докажите, что:

Каждый идеал кольца является ядром некоторого гомоморфизма.
Кольца с ненулевым умножением, состоящие из двух элементов, изоморфны.
Кольца с ненулевым умножением, состоящие из трех элементов, изоморфны.
Кольцо K разлагается в прямое произведение своих идеалов A и B, если A и B взаимно просты и имеют нулевое пересечение.
Кольцо K является прямым произведением своих подколец A и B тогда и только тогда, когда A, B - двусторонние идеалы в K, пересечение $A \cap B$ состоит из одного нуля, а комплекс A+B совпадает с K.

Типовое задание № 2.
Вариант № 16
Докажите, что:

Кольцо главных идеалов является гауссовым.
Кольцо квадратных матриц с элементами из поля просто.
Кольцо многочленов над полем является кольцом главных идеалов.
Кольцо с неоднозначным разложением на простые множители не является евклидовым.

Кольцо целых гауссовых чисел изоморфно факторкольцу кольца многочленов с действительными коэффициентами по идеалу, порожденному многочленом

Типовое задание № 2.
Вариант № 17
Докажите, что:

Кольцо целых гауссовых чисел является гауссовым.
Кольцо является нётеровым тогда и только тогда, когда каждая возрастающая цепочка его идеалов I1⊆ I2 ⊆ I3 ⊆ ... ⊆ Ii ⊆ ... обрывается на конечном шаге.
Кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, имеет характеристику два.
Кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, коммутативно.
Кольцо, содержащее неглавный идеал, - не евклидово.
Конечное кольцо является полем тогда и только тогда, когда оно целостное.

Типовое задание № 2.
Вариант № 18
Докажите, что:

Конечное булево кольцо состоит из 2n элементов.
Корень кратности k многочлена f(x) с коэффициентами из поля нулевой характеристики является (k-1)-кратным корнем производной f'(x).
Любая функция от одного переменного, определенная над конечным целостным кольцом со значениями в этом кольце является многочленом.
Любой гомоморфизм полей является изоморфизмом.

Типовое задание № 2.
Вариант № 19
Докажите, что:

Многообразие колец замкнуто относительно взятия подколец и прямых произведений.
Многочлен a0xn + a1xn-1 + ... + an-1x +an с целыми коэффициентами неприводим над полем рациональных чисел, если существует такое простое число p, что: a0 не делится на p; все остальные коэффициенты делятся на p; an не делится на p2.
Многочлен с коэффициентами из поля нулевой характеристики не имеет кратных корней тогда и только тогда, когда он взаимно прост со своей производной.
Многочлен с целыми коэффициентами приводим над полем рациональных чисел тогда и только тогда, когда он приводим над кольцом целых чисел.
Множество частично упорядочено отношением делимости.

Типовое задание № 2.
Вариант № 20
Докажите, что:

Множество M всех последовательностей элементов из кольца K, в которых почти все элементы равны нулю, счётно или равномощно множеству K.
Множество P(M) всех подмножеств множества M с операциями «симметрическая разность» и «пересечение» является булевым кольцом.

Множество всех эндоморфизмов абелевой группы A с операциями сложения и умножения образуют кольцо.
Множество делителей нуля и множество обратимых элементов кольца не пересекаются.
Множество конечных десятичных дробей образует кольцо.

Типовое задание № 2.
Вариант № 21
Докажите, что:

в кольце K, со значениями в K с операциями, заданными правилами
Над конечным полем существуют неприводимые многочлены степени, большей любого натурального числа.
Над любым полем существует бесконечно много неприводимых многочленов.
Над полем рациональных чисел существуют неприводимые многочлены любой степени.
Наибольший общий делитель двух элементов из евклидова кольца равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида, примененного к этим элементам.

Типовое задание № 2.
Вариант № 22
Докажите, что:

Наибольший общий делитель ненулевых чисел a, b равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида, примененному к этим числам.
Не каждое подкольцо является ядром кольцевого гомоморфизма Отношение сравнимости по модулю идеала и операции кольца согласованы.
Не существует алгоритма деления для многочленов от одного переменного с целочисленными коэффициентами.
Неприводимый k-кратный множитель многочлена f(x) с коэффициентами из поля нулевой характеристики является (k-1)-кратным множителем производной .
Ни одно кольцо без делителей нуля неразложимо в прямое произведение.

Типовое задание № 2.
Вариант № 23
Докажите, что:

Нуль кольца является аннулирующим элементом кольца.
Обратимые элементы ассоциативного кольца с единицей образуют мультипликативную группу.
Объединение возрастающей цепочки идеалов само является идеалом.
Объединение возрастающей цепочки идеалов является идеалом.
Отношение делимости в целостном кольце является отношением предпорядка.

Типовое задание № 2.
Вариант № 24
Докажите, что:

Пересечение идеалов кольца является идеалом.
Подкольца полей и только они являются целостными кольцами.
Поле частных целостного кольца K единственно с точностью до изоморфизма.

Поле является простым кольцом.
При любом изоморфизме двух числовых колец с единицами кольцо целых чисел остается неподвижным.

Типовое задание № 2.
Вариант № 25
Докажите, что:

Простое трансцендентное расширение гауссового кольца является гауссовым кольцом.
Простое целостное кольцо с единицей является полем.
Прямое произведение колец является кольцом.
Существуют неизоморфные кольца с ненулевым умножением, состоящие из четырех элементов.
Тело является простым кольцом.

Типовое задание № 2.
Вариант № 26
Докажите, что:

Умножение в кольце дистрибутивно относительно вычитания.
Факторкольцо целостного кольца K по идеалу I является полем тогда и только тогда, когда идеал I - максимальный в K.
Характеристика булева кольца равна двум.
Центр кольца является подкольцом.
Ядро гомоморфизма φ: K→K1 колец K и K1 является идеалом в кольце K.

Примерные тестовые задания по модулям

Модуль 1

ДЕ1. Алгебра (как множество с операциями)

1. Взаимно однозначное отображение множества одной алгебры на множество другой, сохраняющее операции, называется

изоморфизмом П
гомоморфизмом
эндоморфизмом
автоморфизмом

2. Изоморфизм алгебры на себя называется

изоморфизмом
гомоморфизмом
эндоморфизмом
автоморфизмом П

3. Взаимно однозначный гомоморфизм алгебр является

изоморфизмом П
гомоморфизмом
эндоморфизмом
автоморфизмом

4. Множество автоморфизмов произвольной алгебры образует

поле
группу П
кольцо
решётку

5. Множество эндоморфизмов произвольной алгебры образует

поле
полугруппу П
кольцо
решётку

ДЕ2. Алгебраическая система

1. Отображение множества одной алгебраической системы на множество другой, сохраняющее операции и отношения, называется

изоморфизмом
гомоморфизмом П
эндоморфизмом
автоморфизмом

2. Гомоморфизм алгебраической системы в себя называется

изоморфизмом
гомоморфизмом
эндоморфизмом П
автоморфизмом

3. Взаимно однозначный гомоморфизм конечных алгебраических систем является

изоморфизмом П
гомоморфизмом
эндоморфизмом
автоморфизмом

4. Множество автоморфизмов произвольной алгебраической системы образует

поле
группу П
кольцо
решётку

5. Множество эндоморфизмов произвольной алгебраической системы образует

поле
полугруппу П
кольцо
решётку

ДЕ3. Факторалгебра и подалгебра

1. Множество смежных классов по эквивалентности называется

фактормножеством П
подмножеством
надмножеством
пустым множеством

2. Отображение, переводящее каждый элемент алгебры в смежный класс, к которому этот элемент принадлежит, называется

естественным гомоморфизмом П
природным изоморфизмом
естественным автоморфизмом

естественным эндоморфизмом

3. Непустое подмножество группы, образующее группу с теми же операциями, называется

подгруппой П
полугруппой
подкольцом
подполем

4. Непустое подмножество кольца, образующее кольцо с теми же операциями, называется

полукольцом
подтелом
подкольцом П
подполем

5. Множество подгрупп произвольной группы образует

поле
полугруппу
кольцо
решётку П

6. Множество подколец произвольного кольца образует

поле
полугруппу
кольцо
решётку П

ДЕ4. Бинарное отношение (функция, порядок, эквивалентность, конгруэнция)
1. Рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение называется
эквивалентностью П
порядком
функцией
предпорядком

2. Отношение эквивалентности, согласованное с операциями алгебры, называется
конгруэнцией П
порядком
предпорядком
толерантностью

3. Рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение называется
эквивалентностью
порядком П
функцией
предпорядком

4. Если для любых элементов x, y, z из xRy, xRz следует y=z, то отношение R является
функцией П
эквивалентностью
конгруэнцией
порядком

5. Если для каждого x xRx, то R
симметрично
рефлексивно П
транзитивно
антисимметрично

6. Если для каждых x, y из xRy следует yRx, то R
рефлексивно
транзитивно
симметрично П
антисимметрично

7. Если для каждых x, y, z из xRy, yRz следует xRz, то R
симметрично
рефлексивно
транзитивно П
антисимметрично

8. Если для каждых x, y xRy или yRx, то R
рефлексивно
транзитивно
антисимметрично
связно П

9. Если для каждых x, y из xRy, yRx следует y=z, то R
симметрично
рефлексивно
транзитивно
антисимметрично П

10. Симметричное и рефлексивное отношение называется

частичным порядком
предпорядком
толерантностью П
линейным порядком

11. Произвольное подмножество декартового квадрата A×A называют
фактормножеством
бинарным отношением П
кольцом
классом эквивалентности

12. Композиция любых отношений
коммутативна
ассоциативна П
коммутативна и ассоциативна
идемпотентна

13. Связное отношение порядка – это
линейный порядок П
полный порядок
вполне порядок
связанный порядок

14. Если в упорядоченном множестве М каждая пара элементов образует точную верхнюю и точную нижнюю грани, то М является
решёткой П
группой
моноидом
полугруппой

Модуль 2
ДЕ1. Уравнение и неравенство, их системы и совокупности
1. Уравнение вида f(x1, x2, …, xn)=0, где f(x1, x2, …, xn) - многочлен от n переменных, называется
алгебраическим П
иррациональным
трансцендентным
показательным

2. Две системы уравнений, имеющие одинаковые множества решений, называются
равносильными П
равнослабыми
идемпотентными
дистрибутивными

3. Две системы неравенств, имеющие одинаковые множества решений, называются
равносильными П
равнослабыми
идемпотентными
дистрибутивными

4. Множество решений системы уравнений является
пересечением множеств уравнений системы П

объединением множеств уравнений системы
разностью множеств уравнений системы
дополнением множеств уравнений системы

5. Множество решений системы неравенств является
пересечением множеств неравенств системы П
объединением множеств неравенств системы
разностью множеств неравенств системы
дополнением множеств неравенств системы

6. Множество решений совокупности уравнений является
пересечением множеств уравнений системы
объединением множеств уравнений системы П
разностью множеств уравнений системы
дополнением множеств уравнений системы

7. Множество решений совокупности неравенств является
пересечением множеств неравенств системы
объединением множеств неравенств системы П
разностью множеств неравенств системы
дополнением множеств неравенств системы

8. Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг основной матрицы системы
больше ранга расширенной матрицы
меньше ранга расширенной матрицы
не равен рангу расширенной матрицы
равен рангу расширенной матрицы П

ДЕ2. Матрицы и определители
1. Матрица – это
форма записи числа
прямоугольная таблица, образованная из элементов некоторого множества П
форма записи многочлена
форма записи перестановки

2. Определитель квадратной матрицы над числовым полем – это
числовая характеристика квадратной матрицы П
число строк в этой матрице
число столбцов в этой матрице
сумма диагональных элементов матрицы

3. След квадратной матрицы – это
число элементов в матрице
число строк в этой матрице
число столбцов в этой матрице
сумма диагональных элементов матрицы П

4. Если в определителе n-го порядка вычеркнуть строку и столбец, то оставшийся определитель (n-1)-го порядка является
дополнительной матрицей
дополнительным минором П
дополнительным полиномом
дополнительным мажором

5. Определитель матрицы равен нулю, если
если след матрицы равен нулю
если ранг матрицы больше нуля
если матрица обратима
если матрица необратима П

6. Определитель матрицы не равен нулю, если
если след матрицы не равен нулю
если строки матрицы линейно независимы П
если строки матрицы линейно зависимы
если матрица необратима

7. Ранг системы векторов это
число элементов в системе
число элементов в максимальной подсистеме П
число ненулевых вектор в системе
число нулевых векторов в системе

8. Умножение матриц
коммутативно
ассоциативно П
идемпотентно
обратимо

9. Определитель $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ равен …
ad – bc П
ad + bc
a+d – b+c
a -d + b- c

10. Определитель треугольной матрицы равен …
произведению элементов диагонали П
сумме элементов диагонали
сумме элементов первой строки
произведению элементов первой строки

ДЕ 3. Векторное пространство
1. Система векторов линейно зависима, если
один из векторов линейно выражается через другие П
в этой системе нет нулевого вектора
ни один из векторов не выражается линейно через другие

число элементов в максимальной подсистеме больше нуля

2. Система векторов линейно независима, если
один из векторов линейно выражается через другие
в этой системе нет нулевого вектора
ни один из векторов не выражается линейно через другие П
число элементов в максимальной подсистеме больше нуля

3. Система векторов образует базис векторного пространства, если эта система
линейно независима и порождает пространство П
линейно зависима и порождает пространство
линейно независима и не порождает пространство
линейно зависима и не порождает пространство

4. Векторные пространства А и В изоморфны тогда и только тогда, когда
$\dim A = \dim B$ П
$\dim A > \dim B$
$\dim A < \dim B$
$\dim A \neq \dim B$

5. Непустое подмножество Н векторного пространства образует подпространство, если Н
замкнуто относительно сложения
замкнуто относительно умножения
замкнуто относительно умножения на скаляр
замкнуто относительно сложения и умножения на скаляр П

6. Если А, В – два подпространства векторного пространства, то
$\dim (A + B) = \dim A + \dim B - \dim A \cap B$ П
$\dim (A + B) = \dim A + \dim B + \dim A \cap B$
$\dim (A + B) = \dim A - \dim B - \dim A \cap B$
$\dim (A + B) = \dim B - \dim A - \dim A \cap B$

Модуль 3
ДЕ1. Группа, кольцо, поле
1. Алгебра с одной ассоциативной операцией, обладающей нейтральным элементом, в которой каждый элемент имеет обратный, называется
группой П
кольцом
полем
телом

2. Алгебра, образующая абелеву группу по сложению, и имеющее умножение, дистрибутивное относительно сложения, называется
группой
кольцом П
полем
телом

3. Кольцо, в котором ненулевые элементы образуют абелеву группу по умножению, называется
группой
кольцом
полем П
телом

ДЕ 2. Многочлен от одной и нескольких переменных над кольцом
1. Множество многочленов от одной переменной с коэффициентами из поля образует

поле
кольцо П
тело
решетку

2. Множество многочленов от нескольких переменной с коэффициентами из поля образует
поле
кольцо П
тело
решетку

3. Множество многочленов от одной переменной с коэффициентами из кольца образует
поле
кольцо П
тело
решетку

4. Множество многочленов от нескольких переменной с коэффициентами из кольца образует
поле
кольцо П
тело
решетку

ДЕ 3. Кольцо многочленов
1. $P[x]$ - это…

целая часть x
X – простое
P делит x
кольцо многочленов от одной переменной x с коэффициентами из поля P П

2. P - это кольцо, если…

в P определена операция сложения и <P;+> - абелева группа
в P определена операция умножения и <P;*> - абелева группа
в P определены две операции + и * относительно которых P – группа

в Р определены две операции + и * <P;+> - абелева группа, $\langle P \setminus \{0\};\cdot\rangle$ абелева группа и умножение со сложением связано дистрибутивным законом П

3. Два многочлена от n переменных $x_1, x_2 ... x_n$ считаются равными, если …

в них входят члены с коэффициентами большем единицы
если сумма показателей степеней в каждом многочлене одинаковая
при членах с одинаковой службой показателей степеней переменных одинаковые коэффициенты
если равны коэффициенты при одинаковых членах П

4. Множество многочленов от n переменных с коэффициентами из поля Р образуют …

поле
подполе поля Р
коммуникативное кольцо без делителей нуля П
кольцо с делителями нуля

5. В многочлене от n переменных члены располагаются…

в порядке возрастания коэффициентов
в порядке убывания коэффициентов
лексикографические П
по возрастающим степеням переменной x1

6. Высшим членом в многочлене от n переменных будет …

тот, у которого коэффициент больше
тот, у которого коэффициент больше по абсолютной величине
тот, у которого сумма показателей при степенях переменных выше
тот, который в лексикографической записи стоит на первом месте П

7. Высший член произведения двух многочленов от n переменных $x_1, x_2 ... x_n$ равен…

произведению высшего члена первого многочлена на какой-нибудь член второго многочлена
произведению высшего члена второго многочлена на какой-нибудь член первого многочлена
произведению высших членов многочленов П
произведению членов этих многочленов с наибольшим коэффициентом

8. Многочлен $f(x_1, x_2 ... x_n)$ симметрический, если …

он не изменяется при любой перестановки входящих в него переменных П
есть в нем члены с противоположными коэффициентами
в лексикографической записи, равноотстоящие от начала и конца члены имеют одинаковые коэффициенты
в лексикографической записи, равноотстоящие от начала и конца члены имеют одинаковые суммы показателей степеней

9. Если многочлен $f(x_1, x_2 ... x_n)$ не меняется при любой перестановке переменных, он …

приводимый
неприводимый
симметрический П
не симметрический

10. Всякий симметрический многочлен $f(x_1, x_2 ... x_n)$ над полем Р можно записать…
в виде произведения линейных многочленов
в виде многочлена от основных симметрических многочленов П
в виде степенной суммы
через результант

11. Основные симметрические многочлены от трех переменных x_1, x_2, x_3 это…
$\sigma_1 = x_1 \quad \sigma_2 = x_2 \quad \sigma_3 = x_3$
$\sigma_1 = x_1 + x_2 \quad \sigma_2 = x_1 \cdot x_2 + x_3 \cdot x_2 \quad \sigma_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3 \quad \sigma_2 = x_1x_2 + x_2x_3 \quad \sigma_3 = x_3x_1 + x_3x_2$
$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3 \quad \sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 \quad \sigma_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ П

12. Элементарные симметрические многочлены $\sigma_1, \sigma_2 ... \sigma_n$ порождают…
поле в $P[x_1, x_2 ... x_n]$
подкольцо в $P[x_1, x_2 ... x_n]$ П
векторное пространство над Р
алгебраическое расширение Р

ДЕ 4. Дискриминант

1. Дискриминант $(Dis(\sigma_1\sigma_2 ... \sigma_n))$ семейства $x_1, x_2 ... x_n$ это…
многочлен от $\sigma_1, \sigma_2 ... \sigma_n$ с целыми коэффициентами П
многочлен от корней специально подобранного уравнения
степенная функция
не многочлен от $x_1, x_2 ... x_n$

2. Дискриминант выражается через …
определитель, составленный из $\sigma_1, \sigma_2 ... \sigma_n$
определитель Вандермонда П
определитель, который всегда равен 0
определитель, который всегда не равен 0

3. Дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + px + q$ …
$\sigma_2{}^2 + 4\sigma_1$
$\sigma_2{}^2 - 4\sigma_1$

$\sigma_1^2 - 4\sigma_2$ П
$\sigma_1^2 - 4\sigma_2^2$

4. Результант применяется для исключения переменных из системы..

линейных уравнений
не алгебраических уравнений
алгебраических уравнений, хотя бы одно из которых нелинейно с двумя переменными П
любых уравнений

5. Многочлены $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n$ и $g(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + ... + b_{m-1}x + b_m$, где $a_0 \neq 0$ или $b_0 \neq 0$ имеют общий делитель положительной степени тогда и только тогда, когда…

дискриминант $f(x)$ равен 0
дискриминант $g(x)$ равен 0
результант этих полиномов равен 0 П
результант этих полиномов не равен 0

6. Результант двух полиномов это…

подстановка, составленная из коэффициентов полиномов
матрица из их коэффициентов
определитель, составленный из их коэффициентов определенным образом П
система, составленная определенным образом

7. Для того, чтобы полиномы $f(x)$ и $g(x)$ были не взаимно простые необходимо и достаточно, чтобы их результант $R(f, g)$…

$R(f,g) = 0$ П
$R(f,g) \neq 0$
$R(f,g) > 0$
$R(f,g) < 0$

Раздел №3

1. Сумма многочленов $f(x_1x_2x_3) = 2x_1^2 - 3x_2x_3 + 4x_2^2x_3^2 + x_3$ и $g(x_1x_2x_3) = 2x_2x_3 - 5x_2^2x_3^2 + 4x_3$ в лексикографической записи равна…

$5x_3 + 2x_1^2 - x_2x_3 - x_{2^2}^2x_3^2$
$5x_3 + 2x_1^2 - x_2x_3 - x_{2^2}^2x_3^2$
$2x_1^2 - x_2^2x_3^2 - x_{2^2}x_3 + 5x_3$ П
$2x_1^2 + 5x_3 - x_{2^2}x_3 - x_2^2x_3^2$

2. В кольце $Q[x_1, x_2 ... x_n]$ высший член произведения многочленов $f(x_1x_2x_3) = x_1^3x_2 - 3x_1^2x_2^2 + 4x_1^3x_3^3 - 5x_2x_3^6$ и $g(x_1x_2x_3) = 3x_1^2x_2^3 + x_1^3x_2 - 6x_2^3x_3^2$…

$-5x_2x_3^{\ 6}\cdot\left(-6x_2^{\ 3}x_3^{\ 2}\right)=30x_2^{\ 4}x_3^{\ 8}$
$x_1^{\ 3}x_2\cdot x_1^{\ 3}x_2=x_1^{\ 6}x_2^{\ 2}$ П
$4x_1^{\ 3}x_3^{\ 3}\cdot\left(-6x_2^{\ 3}x_3^{\ 2}\right)=-24x_1^{\ 3}x_2^{\ 3}x_3^{\ 5}$
$x_1^{\ 3}x_2\cdot 3x_1^{\ 2}x_2^{\ 3}=3x_1^{\ 5}x_2^{\ 4}$

3. Разность многочленов $f(x_1x_2x_3)=2x_1^{\ 2}-3x_2x_3+4x_2^{\ 2}x_3^{\ 2}+x_3$ и $g\left(x_1x_2x_3\right)=2x_2x_3-5x_2^{\ 2}x_3^{\ 2}+4x_3$ в лексикографической записи …

$2x_1^{\ 2}-5x_2x_3+9x_2^{\ 2}x_3^{\ 2}-3x_3$
$9x_2^{\ 2}x_3^{\ 2}+2x_1^{\ 2}-3x_3-5x_1x_3$
$2x_1^{\ 2}+9x_2^{\ 2}x_3^{\ 2}-5x_2x_3-3x_3$ П
$2x_1^{\ 2}-3x_3+9x_2^{\ 2}x_3^{\ 2}-5x_2x_3$

4. Многочлен $f(x_1x_2x_3)=x_1^{\ 3}+x_2^{\ 3}+x_3^{\ 3}+5x_1x_2x_3\in R[x_1x_2x_3]$

элементарный
алгебраический
не симметрический
симметрический П

5. Многочлен $f(x_1x_2x_3x_4)=\sigma_1^{\ 3}-3\sigma_1\sigma_2+3\sigma_3$ от корней многочлена $g(x)=x^4+2x^3+x^2+5x+3\in C[x]$ равен…

15
25
-17 п
-49

6. Значение основных симметрических многочленов от корней многочлена $f(x)=x^4+2x^3+x^2+5x+3\in C[x]$

$\sigma_1=x_1\ \ \sigma_2=x_2\ \ \sigma_3=x_3\ \ \sigma_4=5$
$\sigma_1=-2\ \ \sigma_2=1\ \ \sigma_3=-5\ \ \sigma_4=3$ П
$\sigma_1=1\ \ \sigma_2=1\ \ \sigma_3=5\ \ \sigma_4=3$
$\sigma_1=-1\ \ \sigma_2=2\ \ \sigma_3=-1\ \ \sigma_4=5$

7. Разложение на множители $f\left(x,y,z\right)=\sigma_1^{\ 3}-3\sigma_1\sigma_2$

$\left(xy+xz+yz\right)\left(x^2+y^2+z^2\right)$
$\left(x+y+z\right)\left(xy+xz+yz\right)$
$\left(x+y+z\right)\left(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz\right)$ П
$\left(xy+xz+yz\right)\left(3x+3y+3z\right)$

Раздел №4

1. Степенная сумма $S_5 = \sigma_1^{\ 5} - 5\sigma_1^{\ 3}\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^{\ 2}$ от корней уравнения $x^2 - x + 1 = 0$ равна…

1 П
0
11
-1

2. Решение системы $\begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases}$ …

$\{(2;3);(8;-3)\}$
$\{(2;3);(3;2)\}$ П
$\{(-2;-3);(2;3)\}$
$\{(8;-3);(-3;8)\}$

3. Решение иррационального уравнения $\sqrt[4]{97-x} + \sqrt[4]{x} = 5$ сводится к системе

$\begin{cases} y - z = 5 \\ y^4 - z^4 = 97 \end{cases}$

$\begin{cases} y + z = 5 \\ y^4 - z^4 = 97 \end{cases}$

$\begin{cases} -y - z = 5 \\ y^4 + z^4 = 97 \end{cases}$

$\begin{cases} y + z = 5 \\ y^4 + z^4 = 97 \end{cases}$ П

4. Дискриминант многочлена третьей степени все корни которого действительные и совпадают…

больше нуля
равен нулю П
меньше нуля
не равен нулю

5. Результант $R(f,g)$ полиномов $f(x) = x^2 - 5x + 2$ и $g(x) = x^2 + x + 4$ …

$R(f,g) = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$R(f,g) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ -5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$R(f,g) = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

$$R(f,g)=\begin{pmatrix} 1 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$ П

6. Результант полиномов $2x^3-3x^2-x-2$ и x^4-2x^2-3x+4 есть определитель..

третьего порядка
четвертого порядка
седьмого порядка П
двенадцатого порядка

7. Результант полиномов x^3-3x^2+2x+1 и $2x^2-x-1$ равен..

0
-7 П
15
100

8. Результант полиномов от переменной x: x^2+y^2-5 и $xy-2$ есть определитель..

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x-5 \\ x & -2 & 0 \\ 0 & x & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x^2-5 \\ x & -2 & 0 \\ 0 & x & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & y-5 \\ y & -2 & 0 \\ 0 & y & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & y^2-5 \\ y & -2 & 0 \\ 0 & y & -2 \end{vmatrix}$$ П

ДЕ 5. Алгебраическая замкнутость

1. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел означает, что…

поле конечно
в нем конечное число подполей
уравнение с комплексными коэффициентами не имеет корней
всякий многочлен с любыми числовыми коэффициентами, степень которого не меньше единицы, имеет хотя бы один корень, в общем случае комплексный. П

2. Теорема о существовании корня многочлена степени не меньше единицы в поле комплексных чисел это…

теорема Гильберта
основная теорема арифметики
основная теорема алгебры П
теорема Даламбера

3. $f(x) \in C[x]$ положительной степени, $a \in C$. Если $f(a) \neq 0$, то существует $c \in C$ такое, что …

$|f(c)| > |f(a)|$
$|f(c)| < |f(a)|$ П
$|f(c)| = |f(a)|$
$|f(c)| = \deg f(x)$

4. Основную теорему алгебры впервые доказал …

Эйлер
Кантор
Гаусс П
Даламбер

5. Над алгебраически замкнутым полем неприводимыми являются лишь многочлены…

первой степени П
второй степени
не выше второй
не ниже второй

6. Всякий многочлен $f(x) \in C[x]$ степени $n \geq 1$ в поле комплексных чисел имеет…

один корень
меньше чем n корней
n корней П
более n корней

7. Мнимые корни многочленов с действительными коэффициентами…

равны
противоположны
попарно сопряжены П
попарно взаимно простые

8. Неприводимыми многочленами над полем действительных чисел могут быть многочлены…

только первой степени
только первой и второй степени П
любой степени

только первой, второй и третьей.

9. Многочлен нечетной степени с действительными коэффициентами …

не имеет действительных корней
имеет только мнимые корни
имеет четное число действительных корней
имеет по меньшей мере один действительный корень П

10. Теорема о числе действительных корней многочлена $f(x)$ в интервале (a,b)…

теорема Дирихле
теорема Штейница
теорема Штурма П
теорема Гильберта

11. Число действительных корней многочлена $f(x)$ в интервале (a,b) равно…

степени многочлена $f(x)$
числу перемен знаков в последовательности коэффициентов многочлена $f(x)$
разности $(b-a)$
числу потерь перемен знаков в последовательности многочленов Штурма при возрастании x от a до b П

12. Отделить действительные корни многочлена $f(x)$ это значит…

указать сколько действительных корней он имеет
указать количество положительных и отрицательных корней
указать промежуток, где находятся все действительные корни
указать промежутки, в которых находятся по одному действительному корню П

13. Для отделения действительных корней многочлена $f(x)$ необходимо определить…

приводим ли $f(x)$ над R
приводим ли $f(x)$ над C
многочлены Штурма П
НОД $f(x)$ и $f'(x)$

14. Число a – верхняя граница положительных корней многочлена $f(x) \in R[x]$, если…

$f(a)=0$
$f(a)<0$
а больше любого положительного корня П
больше какого-нибудь положительного корня

15. Два рядом стоящих многочлена системы многочленов Штурма…

могут иметь общий положительный корень
могут иметь общий отрицательный корень
могут иметь общий корень, равный 0
не могут иметь общего корня П

16. Если x возрастая, проходит через корень многочлена $f(x)$, то между многочленом и его производной…

наблюдается приобретение одной перемены знаков
наблюдается приобретение двух перемен знаков
не происходит потерь перемен знаков
происходит потеря одной перемены знаков П

ДЕ 6. Корень многочлена

1. P поле и $P \subset L$. Элемент $\alpha \in L$, являющийся корнем уравнения n степени $(n \geq 1)$ с коэффициентами из P называется…

простым элементом
примитивным элементом
алгебраическим над P П
трансцендентным над P

2. P – простое поле, если…

оно не содержит никаких собственных подполей П
оно содержит собственные подполя
оно поле действительных чисел
оно поле действительных чисел

3. Простое подполе поля характеристики ноль изоморфна

Полю Q П
Полю R
Полю C
Полю Z_m, где m – простое.

4. Простое подполе поля характеристики P (P - простое) изоморфно…

полю Q
полю R
полю C
полю Z_p П

5. Любой элемент β простого алгебраического расширения $P(\alpha)$, где α - алгебраическое число n степени равен…

$\beta = C_0\alpha^{n-1} + C_1\alpha^{n-2} + ...C_{n-2}\alpha + C_{n-1}, C_i \in P, i = 0,1,...n-1$ П
$\beta = C_0\alpha^{n-2} + ...C_{n-2}, C_i \in P, i = 0,1,...n-2$
$\beta = C_0\alpha^{n} + C_1\alpha^{n-1} + C_2\alpha^{n-2}, C_0, C_1, C_2 \in P$
$\beta = C_0\alpha^{n+1} + C_1\alpha^{n} + ...C_n\alpha + C_{n+1}, C_i \in P, i = 0,1,...n+1$

6. Простое алгебраическое расширение $P(\alpha)$ является…

бесконечным расширением P
конечным расширением P П
трансцендентным расширением P
составным алгебраическим расширением P

7. Всякий многочлен $g(x) \in P[x]$, имеющий α корнем, где α - алгебраическое над Р число…

взаимно прост с минимальным многочленом
равен минимальному многочлену
делится на минимальному многочлен П
равен нуль-многочлену

8. Если α - корень многочлена $\varphi(x)$ n – степени неприводимого над Q, то…

α - составное число
α - трансцендентное число
α - алгебраическое число степени n П
α - простое число

9. Если α - алгебраическое число над полем Р, то $P(\alpha)$…

функция
составное алгебраическое расширение поля Р
трансцендентное расширение поля Р
простое алгебраическое расширение поля Р П

10. $P(\alpha)$ - простое алгебраическое расширение поля Р , то

α - симметрический многочлен поля $P(\alpha)$
α - простой элемент поля $P(\alpha)$
α - приводимый элемент поля $P(\alpha)$
α - примитивный элемент поля $P(\alpha)$ П

11. Минимальный многочлен $f(x)$ алгебраического числа α над полем Р…

приводим над полем Р
неприводим над полем Р П
симметрический
при $x = \alpha$ не обращается в 0

12. Освободится от иррациональности в знаменателе дроби значит…

сократить дробь
умножить числитель на специально подобранный множитель
умножить знаменатель на какой-то множитель
преобразовать выражение так, чтобы в знаменателе не содержалось корней (радикалов) П

13. Минимальное поле, содержащее поле Р и числа $\alpha_1, \alpha_2 ... \alpha_s$, алгебраическое над Р называется…

полем комплексных чисел
алгебраически порожденным расширением поля Р П
трансцендентно порожденным расширением поля Р

простым алгебраическим расширением Р

14. Любое составное алгебраическое расширение поля Р…
является простым алгебраическим расширением Р П
является трансцендентным расширением поля Р
не является конечным расширением Р
не является алгебраическим расширением Р

15. Для уничтожения иррациональности в знаменателе дроби нужны…
знание правил вычитание и деление дробей
знание алгебраических чисел над полем П
знание простого алгебраического расширением Р П
знание действий с радикалами П

ДЕ 7. Приводимость

1. Многочлен $x^2-4x+2=0$ …

приводим над полем Q
не приводим над полем Q П
приводим над полем R П
не приводим над полем R

2. Многочлены неприводимы над R…

$2x^2-2x+4$ П
$3x-6$ П
$4x^3-2x^2+5x-1$
x^2+1 П

3. Многочлены неприводимы по критерию Эйзенштейна над Qтак как простое число р равно..

$x^3+9x^2-3x+6; P=2$
$x^3+18x^2+6x+4; P=2$
$x^3+9x^2+6x+2; P=3$
$x^3+9x^2+6x+15; P=3$ П

4. Многочлен наименьшей степени, имеющий корни $x_1=2$, $x_2=1-i$, $x_3=1+i$ …

x^3-4x^2+6x-4 П
$x^4-6x^3-2x^2+4x-4$
$x^4-(4+i)x^3+2(3+2i)x^2+2(3i-2)x-4i$
x^2-2x+2

5. Для построения многочлена с действительными коэффициентами наименьшей степени, у которого есть корни $x_1 = 3,\ x_2 = 1+i$ необходимо взять в качестве линейных множителей…

$(x-3)$ и $(x-(1+i))$
$(x+3);(x-(1+i))$
$(x-3)\ ;(x-(1+i))$ и $(x-(1-i))$ П
$(x+3)\ ;(x-(1-i))$ и $(x+(1+i))$

6. Многочлен с действительными коэффициентами наименьшей степени, который имеет своими корнями числа $2+i$, 5 и двукратный корень $1+i$ будет иметь степень…

третью
пятую
шестую
седьмую П

Раздел №8.

1. Иррациональность в знаменателе дроби $\dfrac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt[5]{a^2bc^3}}$ уничтожается, если множителем взять:

$\sqrt[3]{abc}$
$\sqrt[5]{a^2bc^3}$
$\sqrt[3]{a^3b^2c^2}$
$\sqrt[5]{a^3b^4c^2}$ П

2. Иррациональность в знаменателе дроби $\dfrac{\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{2}-1}$ уничтожается, если множителем взять…

$\sqrt[3]{2}+1$
$\sqrt[3]{2}-1$
$\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$ П
$\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1$

3. Для освобождения от иррациональности в знаменателе дроби $\dfrac{\alpha-1}{\alpha^2+2\alpha+1}$, где α - корень уравнения $f(x)=x^3+x^2+3x+4=0$ устанавливаем, что …

в многочлене $f(x)$ все корни должны быть рациональными числами
$f(x)$ не имеет рациональных корней П

хотя бы один корень иррациональный П
$f(x)$ неприводим над полем Q П

4. I алгебраическое число над полем…

Q П
R П
C П
нет такого поля

5. Для алгебраического над Q числа $(2+i)$ минимальным многочленом будет…

x^2-4x+5 П
x^2-4x+2
x^2-2x+5
$x-2-i=0$

6. Любой элемент $\beta \in Q(\sqrt{5})$ равен…

$a+5b$, $a,b \in Z$
$a+\sqrt{5}b$, $a,b \in Q$ П
$a+\sqrt{5}b$+5c, $a,b,c \in Q$
$a-5b$, $a,b \in Z$

7. Минимальным многочленом алгебраического над Q числа $\sqrt[3]{7}$ является…

$x-7$
x^2+7
$2x^3+7$
x^3-7 П

Раздел №9.

1. Областью рациональности уравнения $x^2-2ix+1=0$ является…

поле Q
$Q(1,-2i,1)$ П
$Q(i)$ П
R

2. Корни уравнения $f(x)=x^3-2x^2-4x+2=0$ алгебраические числа и для них $f(x)$ минимальный многочлен так как…

$f(x)$ не удовлетворяет критерию Эйзенштейна
удовлетворяет критерию Эйзенштейна: неприводимости $f(x)$ над полем Q П
работает метод Кронекера, позволяющий определить, $f(x)$ приводим или не приводим над Q
работает редукционный критерий неприводимости

3. i – Алгебраическое над полем действительных чисел R число, то простым алгебраическим расширением этого поля будет…

поле R
поле R(i) П
поле C П
нет такого простого алгебраического расширения

4. Полем разложения многочлена $f(x)=x^3-2x^2+x-2\in Q[x]$ является…

$Q(i)$ П
Q
R
нет такого поля

5. $Q(\sqrt{2})$ и $Q(i)$ простые алгебраические расширения…

изоморфны как поля
не изоморфны как поля
изоморфны как векторные пространства над Q П
не изоморфны как векторные пространства над Q

6. С помощью циркуля и линейки…

можно построить число $\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{6+\sqrt[3]{6}}}$, так как получим в итоге рассуждений уравнение $x^3-x-6=0$ П
число $2\sqrt{5}$ можно построить П
можно построить треугольник по трем биссектрисам, т.к. в результате приходим к уравнению $4x^3-6x^2-3x+3=0$ П
нельзя построить треугольник по трем биссектрисам

Раздел №10.

1. $K[x_1,x_2,...x_n]$ - это…

n – Кратное алгебраическое расширение K
n – Кратное трансцендентное расширение K П
простое алгебраическое расширение K
составное алгебраическое расширение K

2. Кольцо $K[x_1,x_2,...x_{n-1}x_n]$ называется n кратным трансцендентным расширением кольца K, если…

$K[x_1,x_2,...x_{n-1}x_n]=(K[x_2,x_3...x_n])[x_1]$
$K[x_1,x_2,...x_{n-1}x_n]=(K[x_1,x_2,x_3...x_{n-1}])[x_n]$ П
$K[x_1,x_2,...x_{n-1}x_n]=(K[x_1,x_2,x_3...x_{n-2},x_n])[x_{n-1}]$
$K[x_1,x_2,...x_{n-1}x_n]=(K[x_1,x_2,x_3...x_{n-2}])[x_{n-1},x_n]$

3. Область рациональности уравнения $a_0x^n+a_1x^{n-1}+...a_{n-1}x+a_n=0$ это Δ равны…

$\Delta = Q$
$\Delta = Q(a_0)$
$\Delta = Q(a_0, a_n)$
$\Delta = Q(a_0, a_1 ... a_n)$ П

4. $\rho(\alpha)$ - простое квадратичное расширение поля ρ, если…

$\rho(\alpha)$ - простое алгебраическое расширение
α - алгебраическое над ρ число второй степени П
α - является корнем уравнения, приводимого над ρ
α - является корнем уравнения второй степени, неприводимого над ρ П

5. Примеры задач, неразрешимых в квадратных радикалах…

задача об удвоении куба П
задача об удвоении квадрата
задача о трисекции угла П
задача о построении правильного семиугольника с помощью циркуля и линейки П

6. Уравнение $x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0, a_i \in C; i = 1,2,3$ разрешимо к квадратных радикалах если…

по меньшей мере один корень уравнения выражается через квадратные радикалы П
оно имеет в своей области рациональности, по меньшей мере, один корень П
ни один из его корней не принадлежит области рациональности уравнения
один из корней принадлежит простому квадратичному расширению

7. Уравнение третьей степени $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ с рациональными коэффициентами разрешимо в квадратных радикалах когда…

оно не имеет рациональных корней
оно имеет по меньшей мере один рациональный корень П
по меньшей мере один корень выражается через квадратные радикалы П
полином $f(x)$ неприводим в кольце $Q(x)$ П

8. Условие: уравнение $x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 = 0$, $a_1, a_2, a_3 \in C$ имеет в своей области рациональности, по меньшей мере один корень уравнения является…

необходимым условием разрешимости уравнения в квадратных радикалах, но не достаточным
достаточным условием разрешимости уравнения в квадратных радикалах, но не необходимым П
необходимым и достаточным условием разрешимости уравнения в квадратных радикалах
следствием из основной теоремы алгебры

9. В вопросе разрешимости уравнения $f(x) = 0$ в квадратных радикалах работает понятие…

знакопеременной группы
группы Галуа П
группы симметрий
группы Ли

10. Утверждение, что для любого поля существует алгебраическое замыкание, является …

теоремой Ванцеля
теоремой Кронекера
теоремой Фробениуса
теоремой Штейница П
Модуль 4

Де 1 . Порядок группы

1. подгруппы с порядками 1 и 2, и 4, и 8 могут быть в группе G

$|G| = 15$

$|G| = 13$

$|G| = 18$

$|G| = 8$ П

2. подгруппы с порядками 1 и 3, и 5, и 15 могут быть в группе G

$|G| = 15$ П

$|G| = 16$

$|G| = 18$

$|G| = 24$

3. подгруппы с порядками 1 и 2, и 4, и 8, и 16 могут быть в группе G

$|G| = 15$

$|G| = 16$ П

$|G| = 24$

$|G| = 31$

4. подгруппы с порядками 1 и 3, и 6, и 18 могут быть в группе G

$|G| = 15$

$|G| = 16$

$|G| = 18$ П

$|G| = 37$

5. подгруппы с порядками 1 и 2, и 3, и 4, и 6, и 8, и 12, и 24 могут быть в группе G

$|G| = 15$

$|G| = 37$

$|G| = 43$

$|G| = 24$ П

6. подгруппы с порядками 1 и 2, и 3,и 4, и 6, и 12 могут быть в группе G

$|G| = 12$ П

$|G| = 13$

$|G| = 16$

$|G| = 24$

Раздел 3. (время 10 – 20 минут)

1. в группе G, где $|G| = 7$ подгруппы не могут иметь порядки

1
2 П
6 П
7

2. в группе G, где $|G| = 11$ подгруппы не могут иметь порядки

1
5 П
10 П
11

3. в группе G, где $|G| = 13$ подгруппы не могут иметь порядки

1
3 П
9 П
13

4. в группе G, где $|G| = 17$ подгруппы не могут иметь порядки

1
4 П
5 П
17

5. в группе G, где $|G| = 19$ подгруппы не могут иметь порядки

1
7 П
15 П
19

6. в группе G, где $|G| = 23$ подгруппы не могут иметь порядки

1
3 П

12 П
23

ДЕ 2. Целые корни

1. в многочлене $f(x)=x^4-8x^3-34x^2+8x+33$ целыми корнями не могут быть числа

-1, 11
2, 5 П
4, 6 П
-3, 1

2. в многочлене $f(x)=x^4+16x^3+38x^2-16x-39$ целыми корнями не могут быть числа

5, 2 П
4, 7 П
1, -13
-3, -1

3. в многочлене $f(x)=x^4-15x^3-52x^2+14x+51$ целыми корнями не могут быть числа

1, -3
9, 2 П
17, -1
-5, 6 П

4. в многочлене $f(x)=x^4+7x^3+11x^2-7x-12$ целыми корнями не могут быть числа

-4, -3
-9, 5 П
8, 9 П
-3, -1

5. в многочлене $f(x)=x^4+22x^3+56x^2-22x-57$ целыми корнями не могут быть числа

8, 9 П
-9, 5 П
-4, -3
-3, -1

6. в многочлене $f(x)=x^4-2x^3-16x^2+2x+15$ целыми корнями не могут быть числа

5, 1
2, 4 П
-3, -1
6, 7 П

Раздел 1.(время 10 – 15 минут)

1. многочлен $\varphi(x)=2x^6+6x^4-9x^2+60$ находится в условии критерия Эйзенштейна при простом Р равном

3 П
2
5
7

2. многочлен $\varphi(x) = 7x^5 - 4x^4 + 8x^3 - 14x - 90$ находится в условии критерия Эйзенштейна при простом Р равном

3
2 П
5
7

3. многочлен $\varphi(x) = 5x^4 - 14x^3 - 21x^2 + 14x + 210$ находится в условии критерия Эйзенштейна при простом Р равном

2
3
5
7 П

4. многочлен $\varphi(x) = 4x^5 + 7x^4 - 21x^3 - 28x^2 + 28$ находится в условии критерия Эйзенштейна при простом Р равном

2
3
5
7 П

5. многочлен $\varphi(x) = 17x^4 - 50x^3 - 10x^2 - 35x - 5$ находится в условии критерия Эйзенштейна при простом Р равном

2
5 П
7
17

6. многочлен $\varphi(x) = 3x^6 + 6x^5 - 54x^4 + 30x^3 - 12x + 10$ находится в условии критерия Эйзенштейна при простом Р равном

2 П
3
5
7

Раздел 2. (время 30 минут)

1. все подгруппы группы G являются нормальными делителями в

$G = \langle Z; + \rangle$ П

$G = \langle i; j; i^4 = 1; j^4 = 1; i^{-1} \cdot j^3 \cdot i \cdot j^{-1} = 1; i^2 \cdot j^{-2} = 1 \rangle$ П

группе кватернионов $G = \{1; i; j; k; -1; -i; -j; -k\}$ П
симметрической группе

2. $\langle Z; + \rangle = гр(a)$, где a есть

a=0
a=2
a=-2
a=1 П

3. кольца главных идеалов это

$Z[x]$
$\{a + b\sqrt{-7} \mid a, b \in Z\}$
Z П
$R[x]$ П

4. порядок элемента a группы обозначим G(a). В мультипликативной группе комплексных чисел

$G(i) = 4$ П
$G(-1) = 1$
$G(2) = \infty$ П
$G(1) = 1$ П

5. множество значений $\sqrt[3]{1}$

образует группу по умножению П
образует группу по умножению
образует мультипликативную группу П
образует мультипликативную циклическую группу П

Раздел 3.(время 30 – 40 минут)

1. внешние связи группы определяют ее

любые отображения
автоморфизмы
гомоморфизмы П
только изоморфизмы

2. $H \subset G$ $\varphi : G \to G_1$ $H = Ker(\varphi)$ (ядро гомоморфизма φ), то

$H = \{x \in G \mid \varphi(x) = e_1\}$ П
H не является подгруппой группы G
H подгруппа группы G
H всегда циклическая подгруппа группы G

3. все подгруппы являются нормальными делителями в

группе подстановок
группе целых чисел по сложению П
группе симметрий правильного треугольника
группе кватернионов П

4. $\varphi : G \to G_1$ ядром гомоморфизма φ может быть
любая подгруппа группы G
подгруппа H группы G такая, чтобы отношение сравнимости по mod H было согласовано с операцией П
подгруппа H группы G такая, чтобы отношение сравнимости по mod H было конгруэнцией П
любая ее циклическая подгруппа

5. подгруппа H группы G является нормальным делителем
если $\forall h \in H$ и $\forall x \in G$ выполняется $xhx^{-1} \in H$ П
если H циклическая подгруппа
если каждый левый смежный класс G по подгруппе H совпадает с правым смежным классом П
если она выдерживает все внутренние автоморфизмы П

6. все подгруппы являются нормальными делителями в
циклической группе
абелевой группе П
симметрической группе
знакопеременной группе

7. «Нормальный делитель группы G» записываем символически так
$H \subset G$
$G \subset H$
H ◁ G П
H ▷ G

8. $\varepsilon : G \to G/H$, то ε называется естественным гомоморфизмом, если
$\varepsilon(x) \neq [x]$
$\varepsilon(x) = x$
$x\varepsilon = [x]$ П
$\varepsilon(x) = x$ П

9. теорема о гомоморфизмах групп гласит
образ группы гомоморфен фактор – группе
образ группы изоморфен фактор – группе
гомоморфный образ группы изоморфен фактор – группе
гомоморфный образ группы изоморфен фактор – группе по ядру гомоморфизма П

10. А и В группы, то $A \times B$ называется
множество П
группа
фактор – группа
внешнее прямое произведение П

11. верны утверждения

любая группа разложима в прямое произведение своих подгрупп, отличное от тривиального $G = G \times H$
если в G нет нормальных делителей, то она неразложима в прямое произведение своих подгрупп П
конечная абелева группа не представима в виде произведения своих подгрупп
если в G пересечение любых нормальных подгрупп неединичное, то она неразложима в прямое произведение своих подгрупп П

12. алгебра $\langle K;+;\cdot\rangle$ называется кольцом, если

$\langle K;+\rangle$ - группа
$\langle K;+\rangle$ - абелева группа
если умножение со сложением связано дистрибутивным законом
$\langle K;+\rangle$ - абелева группа и умножение со сложением связано дистрибутивным законом П

13. элемент a кольца К называется обратным, если

$\exists a^{-1} \in K$ и $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$ П
разрешимо уравнение $a \cdot x = e$ в К
разрешимо уравнение $x \cdot a = e$ в К
система уравнений $\begin{cases} a \cdot x = e \\ x \cdot a = e \end{cases}$ разрешима в К

14. множество K^* всех обратимых элементов кольца К с операцией умножения образует

полугруппу П
затравку
моноид П
группу П

15. $H \neq \varnothing$ $H \subset K$, алгебра $\langle K;+;\cdot\rangle$ - кольцо, то $\langle H;+;\cdot\rangle$

подалгебра данной алгебры П
подкольцо данного кольца П
кольцо П
поле

16. чтобы $H \subset K$ было подкольцом кольца $\langle K;+;\cdot\rangle$ достаточно

чтобы $\langle H;+\rangle$ - подгруппа группы $\langle K;+\rangle$
чтобы H было замкнуто относительно сложения и умножения
чтобы $\forall a,b \in H \Rightarrow (a-b) \in H$
чтобы $\langle H;+\rangle$ - подгруппа группы $\langle K;+\rangle$ и $\forall a,b \in H \Rightarrow (a-b) \in H$ П

17. примеры числовых подколец

N
Z П

Q П
R П

18. примеры числовых подколец
$\{\varnothing\}$ П
C – множество комплексных чисел П
N
$\{mk \mid k \in Z\}$ m – фиксированное целое число П

19. область целостности это
любое кольцо
любое ассоциативное, коммутативное кольцо
любое ассоциативное, коммутативное кольцо с единицей
ассоциативно – коммутативное кольцо с единицей без делителей нуля П

20. целостным кольцом (областью целостности) является
любое подкольцо кольца Z
подкольцо поля Q
подкольцо поля R
подкольцо поля C

21. I идеал кольца K, если
из того, что $x, y \in I$ следует $(x-y) \in I$
из того, что $x, y \in I$ следует $x \cdot y \in I$
I замкнуто относительно сложения и взятия обратного элемента
$x, y \in I \Rightarrow (x-y) \in I$ и $z \in K, a \in I \Rightarrow a \cdot z \in I$

22. теорема о гомоморфизмах колец гласит
образ кольца гомоморфен фактор – кольцу
образ кольца изоморфен фактор – кольцу
гомоморфный образ кольца изоморфен фактор – кольцу
гомоморфный образ кольца изоморфен фактор – кольцу по ядру гомоморфизма

23. кольцо K называется кольцом главных идеалов, если
у него хотя бы один идеал главный
любой его идеал, это множество кратных какому – то элементу П
неглавных идеалов меньше числа главных
все его идеалы главные П

24. Евклидово кольцо – это
целостное кольцо П
кольцо, в котором выполняется теорема о делении с остатком П
кольцо, в котором не выполняется теорема о делении с остатком
кольцо, в котором есть делители нуля

25. в Гауссовых кольцах выполняется
деление с остатком

основная теорема арифметики П
единственность разложения на простые элементы П
не выполняется основная теорема арифметики

26. в уравнении f(x)=0 с целыми коэффициентами и старшим коэффициентам равным единице

если есть рациональный корень, то он целое число П
корнями могут быть только делители свободного члена П
не может быть рациональных корней
если а целый корень, то $\frac{f(1)}{a-1}$ и $\frac{f(-1)}{a+1}$ одновременно целые П

27. при простом трансцендентном расширении кольца сохраняется

целостность П
евклидовость
Гауссовость П
однопорожденность

28. термин «Гауссово кольцо» ввел

Гаусс
Дедекинд П
Дирихле
Декарт

29. критерий Эйзенштейна

о примитивном многочлне
о неприводимости многочлена над полем Q (рациональных чисел) П
о приводимости многочлена над полем действительных чисел
о неприводимости многочлена над полем комплексных чисел

Примерные задания итогового теста пол алгебре

ДЕ 1. Тема 1. Группа, кольцо, поле

1. Моноид, в котором каждый элемент имеет обратный, называется
группой П
кольцом
полем
телом

2. Алгебра, образующая абелеву группу по сложению, и имеющее умножение, дистрибутивное относительно сложения, называется
полугруппой
кольцом П
подполем
подтелом

3. Кольцо, в котором ненулевые элементы образуют абелеву группу по умножению, называется
группой
полукольцом
полем П
подтелом

4. Кольцо, в котором ненулевые элементы образуют группу по умножению, называется
группой
подкольцом
полукольцом
телом П

5. Алгебра <Z; +, · > является
решеткой
кольцом П
полем
группой

6. Алгебра <Q; +, · > является
решеткой
моноидом
полем П
группой

7. Алгебра <N; + > является
полугруппой П
решеткой
кольцом
группой

8. Алгебра <Q; · > является
моноидом П
решеткой
полем
телом

9. Алгебра <Q; + > является
телом
решеткой
полем
группой П

10. Алгебра <R; +, · > является
полугруппой
моноидом

полем П
группой

11. Алгебра <C; +, · > является

решеткой
полугруппой
полем П
группой

ДЕ 2. Тема 2. Алгебра

1. Взаимно однозначное отображение алгебры А1 на алгебру А2, сохраняющее операции, называется
изоморфизмом П
антиморфизмом
эндоморфизмом
автоморфизмом

2. Изоморфизм алгебры на себя называется
изоморфизмом
гомоморфизмом
антиморфизмом
автоморфизмом П

3. Взаимно однозначный гомоморфизм алгебр является
изоморфизмом П
антиморфизмом
эндоморфизмом
автоморфизмом

4. Множество автоморфизмов с операцией «композиция» алгебры образует
поле
группу П
кольцо
решётку

5. Множество эндоморфизмов алгебры с операцией «композиция» образует
поле
полугруппу П
кольцо
решётку

6. Алгебра <Z0; + > является
решеткой
кольцом
полем
моноидом П

7. Алгебра <Z0; НОД, НОК > является
полугруппой
решеткой П
моноидом
группой

8. Алгебра <Q+; · > является

решеткой
кольцом
полем
группой П

9. Множество всех отображений множества в себя с операцией «композиция» образует
поле
решётку
кольцо
полугруппу П

10. Множество всех взаимно однозначных отображений множества в себя с операцией «композиция» образует
поле
решётку
кольцо
группу П

ДЕ 3. Тема 3. Алгебраическая система
1. Отображение множества алгебраической системы на множество другой системы, сохраняющее операции и отношения, называется
антиизоморфизмом
гомоморфизмом П
эндоморфизмом
автоморфизмом

2. Гомоморфизм алгебраической системы в себя называется
изоморфизмом
гомоморфизмом
эндоморфизмом П
автоморфизмом

3. Множество автоморфизмов алгебраической системы с операцией «композиция» образует
поле
группу П
кольцо

решётку

4. Множество эндоморфизмов алгебраической системы с операцией «композиция» образует
поле
полугруппу П
кольцо
решётку

5. Алгебра <Z; +, · > является
упорядоченной полугруппой
упорядоченной решеткой
упорядоченным кольцом П
упорядоченной группой

6. Алгебра <Q; +, · > является
упорядоченной полугруппой
упорядоченной решеткой
упорядоченным полем П
упорядоченной группой

7. Алгебра <N; + > является
упорядоченной полугруппой П
упорядоченной решеткой
упорядоченным кольцом
упорядоченной группой

8. Установите соответствия между алгебрами и видами алгебр
1) <Q; ·>
2) <Z; +>
3) <N; · >
4) <N; +>

аддитивная полугруппа 4
мультипликативный моноид 1
аддитивная группа 2
мультипликативный моноид 3

9. Алгебра <Q; + > является
упорядоченным полем
упорядоченной решеткой
упорядоченным кольцом
упорядоченной группой П

10. Упорядочите алгебраические системы по включению, начиная с наименьшей

1) <R; +; < >
2) <C; +; < >
3) <Z; + ; < >
4) <N; +; < >

4
3
1
2

ДЕ 4. Тема 4. Факторалгебра и подалгебра
1. Множество смежных классов по эквивалентности называется
фактормножеством П
подмножеством
надмножеством
пустым множеством

2. Отображение, переводящее каждый элемент алгебры в свой смежный класс, называется
естественным гомоморфизмом П
природным изоморфизмом
естественным автоморфизмом
естественным эндоморфизмом

3. Непустое подмножество группы, образующее группу с теми же операциями, называется
подгруппой П
полугруппой
подкольцом
подполем

4. Непустое подмножество кольца, образующее кольцо с теми же операциями, называется
полукольцом
подтелом
подкольцом П
подполем

5. Множество нормальных подгрупп группы образует
поле
полугруппу
кольцо
решётку П

6. Множество подколец кольца образует
поле
полугруппу
кольцо
решётку П

7. Множество подполей поля образует
поле
полугруппу
кольцо
решётку П

8. Множество подпространств векторного пространства образует
поле
полугруппу
кольцо
решётку П

9. Непустое подмножество векторного пространства, образующее пространство с теми же операциями, называется
подпространством П
полупространством
частичным пространством
затравкой пространства

10. Непустое подмножество поля, образующее поле с теми же операциями, называется
подполем П
полуполем
частичным полем
полутелом

ДЕ 5. Тема 5. Многочлен
1. Множество многочленов от одной переменной с коэффициентами из поля образует
поле
кольцо П
тело
решетку

2. Множество многочленов от нескольких переменной с коэффициентами из поля образует
поле
кольцо П
тело
решетку

3. Множество многочленов от одной переменной с коэффициентами из кольца образует
поле
кольцо П
тело
решетку

4. Множество многочленов от нескольких переменных с коэффициентами из кольца образует

поле
кольцо П
тело
решетку

5. Кольцо многочленов от одной переменной с коэффициентами из поля
некоммутативно
коммутативно П
содержит делители нуля
конечно

6. Кольцо многочленов от одной переменной с коэффициентами из поля
неассоциативно
ассоциативно П
содержит делители нуля
конечно

7. Кольцо многочленов от одной переменной с коэффициентами из поля
неассоциативно
некоммутативно
содержит делители нуля
бесконечно П

8. Кольцо многочленов от нескольких переменных с коэффициентами из поля
неассоциативно
без единицы
содержит делители нуля
евклидово П

9. Кольцо многочленов от нескольких переменных с коэффициентами из поля
неассоциативно
без единицы
содержит делители нуля
гауссово П

10. Кольцо многочленов от нескольких переменных с коэффициентами из поля
неассоциативно
без единицы
содержит делители нуля
целостное П

ДЕ 6. Тема 6. Конечная группа
1. В группе порядка 10 могут быть подгруппы порядков
1 П
2 П
3
4

2. В группе порядка 11 могут быть подгруппы порядков

1 П
2
3
11 П

3. В группе порядка 12 могут быть подгруппы порядков
1 П
2 П
5
6

4. В группе порядка 15 могут быть подгруппы порядков
1 П
2
3 П
5. В группе порядка 16 могут быть подгруппы порядков
1 П
2 П
3
5

6. Элемент a2 в группе <a, b; a10, b3, a-1b-1ab > имеет порядок
Введите ответ
5

7. Элемент a3 в группе <a, b; a12, b3, a-1b-1ab > имеет порядок
Введите ответ
4

8. Элемент a4 в группе <a, b; a12, b3, a-1b-1ab > имеет порядок
Введите ответ
3

9. Элемент a2 в группе <a, b; a6, b3, a-1b-1ab > имеет порядок
Введите ответ
3

10. Элемент a3 в группе <a, b; a15, b3, a-1b-1ab > имеет порядок
Введите ответ
5

7. Тематика контрольных работ, курсовых работ (при наличии)

Учебным планом не предусмотрены

8. Перечень вопросов на зачет (дифференцированный зачет, экзамен)

Задания для зачета (2 семестр)

Докажите, что множество $\{a+b\sqrt{-7} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ образует числовое кольцо, и это кольцо неевклидово.

Докажите, что евклидово кольцо является кольцом главных идеалов.

Докажите, что для каждых комплексных чисел α, β выполняется неравенство $|\alpha+\beta| \le |\alpha|+|\beta|$.

Докажите, что если абелева, мультипликативно записанная группа G состоит из n элементов, и e – единица в G, то для каждого элемента g из G выполняется равенство $g^n=e$.

Докажите, что каждая конгруэнция в алгебре задает некоторый гомоморфизм этой алгебры.

Докажите, что отношение ассоциированности для предпорядка является эквивалентностью, согласованной с этим предпорядком.

Докажите, что ассоциированность для предпорядка согласована с этим предпорядком.

Докажите, что для любого натурального n существует кольцо с ненулевым умножением, состоящее из n элементов.

Докажите, что для любых комплексных чисел α, β выполняются равенства: $|\alpha\cdot\beta| = |\alpha|\cdot|\beta|$ и $Arg\,(\alpha\cdot\beta) = Arg\,\alpha + Arg\,\beta$.

Докажите, что для любой конгруэнции в кольце K множество элементов, конгруэнтных нулю, образует идеал кольца K.

Докажите, что множество $P(M)$ всех подмножеств множества M с операциями «симметрическая разность» и «пересечение» является булевым кольцом.

Докажите, что отношение изоморфности является отношением эквивалентности на множестве алгебраических систем.

Докажите, что группы $<\mathbf{R}; +>$ и $<\mathbf{R}_+; \cdot>$ изоморфны, а группы $<\mathbf{Q}; +>$ и $<\mathbf{Q}_+; \cdot>$ не изоморфны.

Покажите, что для любого натурального n существует булево кольцо, состоящее из 2^n элементов.

Докажите, что для любых комплексных чисел α, β (β≠0) выполняются равенства: $\left|\frac{\alpha}{\beta}\right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}$ и $Arg\,\frac{\alpha}{\beta} = Arg\,\alpha - Arg\,\beta$.

Докажите, что каждая конгруэнция в кольце K является сравнимостью по модулю некоторого идеала I.

Докажите, что если кольцо K – целостное, то кольцо многочленов $K[x]$ тоже целостное.

Докажите, что произведение гомоморфизмов алгебраических систем является гомоморфизмом.

Докажите, что гомоморфный образ полугруппы является полугруппой.

Докажите, что для каждого комплексного числа $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ и каждого натурального n выполняется равенство $[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$.

Докажите, что каждый идеал кольца задает конгруэнцию на этом кольце.
Докажите, что кольцо многочленов с коэффициентами из поля - евклидово.
Докажите, что произведение изоморфизмов алгебраических систем является изоморфизмом.
Докажите, что характеристика булева кольца равна двум.

Докажите, что булево кольцо коммутативно.
Докажите, что гомоморфный образ моноида является моноидом.
Докажите, что если комплексное число α отлично от нуля, то уравнение $z^n = \alpha$ имеет в точности *n* различных решений.
Докажите, что кольцо многочленов с коэффициентами из поля является кольцом главных идеалов.
Докажите, что каждое подкольцо кольца целых чисел является идеалом.
Докажите, что смежные классы сравнимости по модулю идеала *I* имеют вид *I*+*x*.

Докажите, что алгебры $<P(M); \cap>$ и $<P(M); \cup>$ изоморфны.
Докажите, что значение произведения $a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n$ элементов полугруппы не зависит от расстановки скобок.
Докажите, что каждый гомоморфный образ кольца *K* изоморфен кольцу классов вычетов кольца *K*.
Докажите, что каждый идеал в кольце целых чисел является главным.
Докажите, что корни *n*-ой степени из единицы расположены в вершинах правильного *n*-угольника, вписанного в окружность единичного радиуса с центром в начале координат.
Докажите, что отношение $\leq$, введенное в булевом кольце $<B; +, \cdot>$по правилу: $x \leq y \Leftrightarrow x = x \cdot y$ является отношением частичного порядка.

Докажите, что для любого простого числа *p* существует поле, состоящее из *p* элементов.
Докажите, что кольцо многочленов с коэффициентами из поля - гауссово.
Докажите, что множество корней *n*-ой степени из единицы образует группу, и эта группа порождается одним элементом.
Докажите, что множество обратимых элементов моноида образует подгруппу.
Докажите, что пересечение и сумма идеалов являются идеалами.
Докажите, что факторкольцо ассоциативно-коммутативного кольца с единицей является ассоциативно-коммутативным кольцом с единицей, но факторкольцо целостного кольца - не обязательно целостное.

Докажите, что если $m = \frac{n}{(n, k)}$, то число $\varepsilon_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$

является первообразным корнем *m*-ой степени из единицы.
Докажите, что только отношение равенства является эквивалентностью и порядком одновременно.
Докажите, что каждая булева алгебра изоморфна булевой алгебре подмножеств некоторого множества.
Докажите, что кольцо классов вычетов $\mathbf{Z}_m$ является полем тогда и только тогда, когда число *m* - простое.
Докажите, что поле не имеет гомоморфизмов, отличных от изоморфизмов.

Докажите, что полугруппа с делением является группой.

Докажите, что в поле рациональных чисел нет ни одного собственного подполя.
Докажите, что гомоморфизм алгебраической системы задает отношение конгруэнции на множестве-носителе этой системы.
Докажите, что для любого множества многочленов с коэффициентами из поля существует наибольший общий делитель, который обладает линейным разложением.
Докажите, что если β - какое-нибудь решение уравнения $z^n = \alpha$, а $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ - корни n-ой степени из единицы, то $\{\beta\varepsilon_0, \beta\varepsilon_1, \dots, \beta\varepsilon_n\}$ - множество решений этого уравнения.
Докажите, что моноид, порожденный обратимыми элементами, является группой.
Докажите, что число a является представителем обратимого класса в $\mathbf{Z}_m$ тогда и только тогда, когда $(a, m)=1$.

Докажите, что если числа a, m - взаимно просты, то $a^{\varphi(m)} \equiv 1(\mathrm{mod}\ m)$.
Докажите, что каждое поле нулевой характеристики содержит подполе, изоморфное полю рациональных чисел.
Докажите, что конгруэнция на алгебраической системе определяет гомоморфизм этой системы.
Докажите, что любые два многочлена с коэффициентами из поля обладают наименьшим общим кратным с коэффициентами из этого же поля.
Докажите, что моноид, в котором выполняется тождество $x^2=e$, является абелевой группой.
Докажите, что сумма всех корней n-ой степени из единицы равна нулю.

Докажите, что в кольце $\mathbf{R}[x]$ каждый многочлен является произведением неприводимых многочленов, степени не выше второй.
Докажите, что гомоморфный образ группы является группой.
Докажите, что если m и n взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.
Докажите, что если число p - простое, то для каждого целого a число $a^p – a$ делится на p.
Докажите, что наибольший общий делитель ненулевых чисел a, b равен последнему ненулевому остатку в алгоритме Евклида, примененному к этим числам.
Докажите, что пересечение конгруэнций алгебры A является конгруэнцией на A.

Докажите, что группа, порожденная одним элементом, является абелевой.
Докажите, что если m и n не взаимно просты, то произведение первообразных корней m-ой и n-ой степеней из единицы не является первообразным корнем mn-ой степени из единицы.
Докажите, что в поле нет конгруэнций, кроме равенства и полной эквивалентности.
Докажите, что над полем рациональных чисел существуют неприводимые многочлены любой положительной степени.
Докажите, что множество подмножеств некоторого множества с операциями пересечения и объединения является решеткой с единицей и нулем.
Докажите, что характеристика конечного поля является простым числом.

Докажите, что множество $\{a + b\sqrt{-2} \mid a, b \in \mathbf{Z}\}$ образует числовое евклидово кольцо.
Докажите, что группы $<\mathbf{Q}; +>$ и $<\mathbf{Q}\backslash\{0\}; \cdot>$ не изоморфны.

Докажите, что если числа a, b - взаимно просты, то кольцо классов вычетов $\boldsymbol{Z}_{ab}$ является прямым произведением колец $\boldsymbol{Z}_a$ и $\boldsymbol{Z}_b$.
Докажите, что множество неприводимых многочленов над любым полем бесконечно.
Докажите, что множество целых неотрицательных чисел с операциями «взятие наибольшего общего делителя» и «взятие наименьшего общего кратного» является дистрибутивной решеткой с единицей и нулем.
Докажите, что в кольце многочленов с целыми коэффициентами нельзя определить деление с остатком.

Докажите, что группы $<\mathbf{C}; + >$ и $<\mathbf{C}\backslash\{0\}; \cdot >$ - не изоморфны.
Докажите, что для любого натурального n существует абелева группа из n элементов.
Докажите, что если K_1 и K_2 - два произвольных кольца, то

$$(K_1 \times K_2)^* = K_1^* \times K_2^*.$$

Докажите, что кольцо многочленов с коэффициентами из поля является евклидовым.
Докажите, что множество натуральных делителей числа n с операциями «взятие наибольшего общего делителя» и «взятие наименьшего общего кратного» является дистрибутивной решеткой с единицей и нулем.
Докажите, что свойства ассоциативности и коммутативности независимы.

Докажите, что кольцо многочленов P[x] с коэффициентами из поля ассоциативно, коммутативно, с единицей и без делителей нуля.
Докажите, что для любого n существует абелева группа из n элементов.
Докажите, что если K_1 и K_2 - два произвольных кольца, то $\left|(K_1 \times K_2)^*\right| = \left|K_1^*\right| \times \left|K_2^*\right|$.

Докажите, что каждое отношение эквивалентности задает разбиение множества на классы; и наоборот, каждое разбиение множества на классы задает отношение эквивалентности.
Докажите, что каждый идеал в кольце многочленов с коэффициентами из поля является главным.
Покажите, что линейно упорядоченное множество является решеткой.

Докажите, что если $m=ab$, и числа a, b - взаимно просты, то $\left|\mathbf{Z}_m^*\right| = \left|\mathbf{Z}_a^*\right| \times \left|\mathbf{Z}_b^*\right|$.

Докажите, что если кольца K_1 и K_2 – изоморфны, то кольца многочленов $K_1[x]$ и $K_2[x]$ тоже изоморфны.
Докажите, что каждое отображение множества M задает эквивалентность на M.
Докажите, что любые два многочлена с коэффициентами из поля P обладают наибольшим общим делителем, принадлежащим кольцу $P[x]$.
Докажите, что множество подгрупп группы G является решеткой с единицей и нулем.
Докажите, что все группы третьего порядка изоморфны.

Докажите, что если $f(x)$, $g(x)$ - многочлены с коэффициентами из поля P, и $d(x)$ – их наибольший общий делитель, то в $P[x]$ существуют такие многочлены $u(x)$ и $v(x)$, что $f(x)u(x)+g(x)v(x)=d(x)$.

Докажите, что каждая эквивалентность на множестве M задает разбиение этого множества на смежные классы.
Докажите, что пересечение нормальных делителей группы снова является нормальным делителем.
Докажите, что непустое подмножество H является подгруппой группы G тогда и только тогда, когда H замкнуто относительно деления справа.
Докажите, что отображение, переводящее каждое число в сопряженное, является автоморфизмом поля комплексных чисел.
Докажите, что функция Эйлера $\varphi(m)$ - мультипликативна.

Докажите, что алгебра, изоморфная группе, является группой.
Докажите, что два многочлена $f(x)$, $g(x)$ с коэффициентами из поля P, взаимно просты тогда и только тогда, когда в $P[x]$ существуют такие многочлены $u(x)$, $v(x)$, что $f(x)$ $u(x)+g(x)v(x)=1$.

Докажите, что каждое упорядоченное множество M изоморфно некоторому множеству подмножеств множества M с отношением включения.
Докажите, что кольцо многочленов $P[x]$ над полем P - евклидово.
Докажите, что множество подполей поля P является решеткой с единицей и нулем.
Докажите, что сравнение $ax\equiv b(mod\ m)$ имеет $d=(m, a)$ решений по модулю m, если число d делит b.
Докажите, что пересечение любого числа подгрупп является подгруппой.
Докажите, что гомоморфный образ кольца является кольцом.
Докажите, что для каждого многочлена их $K[x]$, где K – целостное кольцо, $Rest(f(x), x-\alpha) = f(\alpha)$.
Докажите, что для любого множества многочленов с коэффициентами из поля существует наибольший общий делитель, который обладает линейным разложением.
Докажите, что уравнение $a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = b$ с целочисленными коэффициентами имеет решение в целых числах тогда и только тогда, когда $(a_1, a_2, \ ..., a_n) \mid b$.
Докажите, что решетка натуральных делителей натурального числа n, равного произведению различных простых чисел, является булевой решеткой.

Докажите, что в булевой решетке можно так определить сложение и умножение, что решетка превратится в булево кольцо.
Докажите, что свойство сократимости и свойство отсутствия делителей нуля в кольце – равносильны.
Докажите, что любые многочлена с коэффициентами из поля P обладают наименьшим общим кратным, принадлежащим кольцу $P[x]$.
Докажите, что мультипликативная группа кольца классов вычетов по простому модулю - циклическая.
Докажите, что обратимые элементы ассоциативного кольца с единицей образуют мультипликативную группу.
Докажите, что элемент c из целостного кольца K является корнем многочлена $f(x)$ с коэффициентами из K тогда и только тогда, когда $f(x)$ делится на двучлен x-c.

Докажите, что в булевом кольце можно так определить пересечение, объединение и дополнение, что кольцо превратится в булеву решетку.

Докажите, что если p - простое число, а g - первообразный корень по модулю p, то для любых a, b, взаимно простых с p: $a \equiv b (mod\ p) \Leftrightarrow ind_g a \equiv ind_g b (mod\ p-1)$.
Докажите, что множество отображений множества в себя образует моноид.
Докажите, что кольцо главных идеалов является гауссовым.
Докажите, что нуль кольца является аннулирующим элементом.
Докажите, что число различных корней многочлена с коэффициентами из целостного кольца не превышает степени этого многочлена.

Докажите, что вычитание и умножение в кольце связаны дистрибутивным законом.
Докажите, что если $f(x)$ - многочлен степени n с коэффициентами из целостного кольца K, то функция $x \mapsto f(x)$, полностью задается значениями в n+1 точках.
Докажите, что если p – простое число, то группы $<\mathbf{Z}_p^*;\cdot>$ и $<\mathbf{Z}_{p-1};+>$ изоморфны.
Докажите, что алгебраическая форма комплексного числа единственна
Докажите, что в группе существует в точности один нейтральный элемент, и каждый элемент имеет в точности один обратный.
Докажите, что каждый многочлен с коэффициентами из поля и положительной степени имеет представление в виде произведения неприводимых многочленов, и это представление единственно с точностью до порядка и ассоциированности множителей.
Докажите, что если существует поле действительных чисел, то существует и поле комплексных чисел.
Докажите, что многочлены над бесконечным целостным кольцом равны в алгебраическом смысле тогда и только тогда, когда они равны в функциональном смысле; для конечных колец это утверждение неверно.
Докажите, что если p - простое число, а g - первообразный корень по модулю p, то для любых a, b, взаимно простых с p $indg(ab) \equiv ind_g a + ind_g b\ (mod\ p-1)$.

Докажите, что неприводимый k-кратный множитель многочлена $f(x)$ с коэффициентами из поля нулевой характеристики является (k-1)-кратным множителем производной $f'(x)$.
Докажите, что поле неразложимо в нетривиальное прямое произведение.
Докажите, что сложение и умножение в кольце связаны обобщенным дистрибутивным законом.

Докажите, что непустое подмножество H из мультипликативной группы является подгруппой тогда и только тогда, когда H замкнуто относительно умножения и взятия обратного.
Докажите, что для каждого простого числа p существует конечное поле, состоящее из p элементов.
Докажите, что в кольце целых чисел все подкольца являются идеалами.
Докажите, что многочлен с коэффициентами из поля нулевой характеристики не имеет кратных корней тогда и только тогда, когда он взаимно прост со своей производной.
Докажите, что множество всех взаимно однозначных отображений любого множества M на себя с операцией «последовательное выполнение» образует группу.
Докажите, что поле комплексных чисел единственно с точностью до изоморфизма.

Докажите, что алгебраическая форма комплексного числа единственна.

Докажите, что если несократимая дробь $\frac{p}{q}$ является корнем многочлена $f(x)$ с целыми коэффициентами и k - целое число, такое, что $p-kq \neq 0$, то $\frac{f(k)}{p-kq}$ - целое.

Докажите, что каждая группа изоморфна подгруппе группы подстановок некоторого множества.

Докажите, что каждая конечная мультипликативная группа из поля комплексных чисел является циклической.

Докажите, что существуют числовые кольца с неоднозначным разложением на множители.

Докажите, что каждое кольцо имеет характеристику, причем характеристика целостного кольца равна нулю или простому числу.

Докажите, что ассоциированность для отношения делимости в целостном кольце является эквивалентностью.

Докажите, что поле комплексных чисел неупорядочиваемо.

Докажите, что группа автоморфизмов некоммутативной группы состоит не из одной единицы.

Докажите, что кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, имеет характеристику два.

Покажите, что в кольце многочленов $\mathbf{Z}[x]$ содержатся неглавные идеалы.

Докажите, что уравнения третьей степени разрешимы в радикалах.

Докажите, что ассоциированность для отношения делимости в целостном кольце согласована с делимостью, а множество смежных классов упорядочено отношением делимости.

Докажите, что множество $\{a+b\sqrt{-3} \mid a,b\in\mathbf{Z}\}$ образует числовое кольцо, и это кольцо неевклидово.

Докажите, что если несократимая дробь $\frac{p}{q}$ является рациональным корнем многочлена $a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n$ целыми коэффициентами, то p делит a_n, а q делит a_0.

Докажите, что множество корней n-ой степени из единицы образует группу, и эта группа циклическая.

Докажите, что прямое произведение групп является группой.

Докажите, что уравнения четвертой степени разрешимы в радикалах.

Докажите, что тригонометрическая форма комплексного числа единственна.

Докажите, что k-кратный корень многочлена $f(x)$ с коэффициентами из поля нулевой характеристики является $(k$-1)-кратным корнем многочлена $f'(x)$.

Докажите, что кольцо целых гауссовых чисел – евклидово.

Докажите, что кольцо, в котором все элементы являются идемпотентами, коммутативно.

Докажите, что прямое произведение колец является кольцом.

Докажите, что отношения делимости в целостном кольце можно изоморфно представить отношением включения на множестве главных идеалов этого кольца.

Докажите, что в кольце главных идеалов каждая пара элементов обладает наибольшим общим делителем и наименьшим общим кратным.

Докажите, что для любых элементов a, b из кольца выполняется правило знаков: $a\cdot(-b) = (-a)\cdot b = -a\cdot b$ и $(-a)\cdot(-b) = a\cdot b$.

Докажите, что если целое число c является многочлена $f(x)$ с целыми коэффициентами, то $\frac{f(1)}{c-1}$ и $\frac{f(-1)}{c+1}$ являются целыми числами.
Докажите, что если число a не делится на простое p, то $a^{p-1} \equiv 1(mod\ p)$.
Докажите, что прямое произведение полей никогда не является полем.
Докажите, что множество автоморфизмов алгебры образует группу.

Докажите, что алгебра, изоморфная полю, является полем.
Докажите, что в группе уравнения $xa = b$ и $ay = b$ имеют единственное решение для любых элементов a, b.
Докажите, что упорядочение множества $<M; \leq>$ можно изоморфно представить упорядочением $<P(M); \subset>$.
Докажите, что значения многочлена $f(x)$ и всех его производных можно вычислить с помощью схемы Горнера.
Докажите, что сравнимость по модулю m в кольце целых чисел является конгруэнцией.
Докажите, что число $\varepsilon_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}$ является первообразным корнем n-ой степени из единицы только тогда, когда $(n, k)=1$.

Алгебры $n\times n$-матриц и линейных операторов n-мерного векторного пространства с операциями сложения, умножения и умножения на скаляр изоморфны.

В n-мерном векторном пространстве любая система, состоящая из $n+1$ вектора линейно зависима.

В любом векторном пространстве ранги эквивалентных систем векторов совпадают.

В любом евклидовом пространстве для каждых векторов a, b выполняется равенство $|a+b|^2 + |a-b|^2 = 2(|a|^2 + |b|^2)$.

В любом евклидовом пространстве для каждых векторов a, b выполняется неравенство $|(a,b)| \leq \|a\|\cdot\|b\|$.

Все базисы конечномерного векторного пространства равномощны.

Все собственные значения линейного оператора отличны от нуля тогда и только тогда, когда оператор обратим.

Два пространства L и L_1 над одним и тем же полем изоморфны тогда и только тогда, когда $dim\ L = dim\ L_1$.

Для каждого ненулевого вектора α из евклидова пространства найдется единичной длины вектор, коллинеарный с α.

Для любого поля P линейное многообразие арифметического векторного пространства P^n является множеством решений некоторой системы линейных уравнений с n неизвестными.

Для любой группы G и любого элемента g из G множества G, $Gg = \{xg | x \in G\}$ и $gG = \{gx \mid x \in G\}$ совпадают.

Для любой группы G множество $G^{-1} = \{x^{-1} | x \in G\}$ совпадает со всем множеством G.

Для любых действительных чисел x_i, y_i выполняется неравенство $(x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + ... + x_n \cdot y_n)^2 \leq (x + x + ... x_n^2) \cdot (y + y + ... + y_n^2)$.

Для любых интегрируемых на отрезке $[a, b]$ функций $f(x)$ и $g(x)$ выполняется неравенство $\left[\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx\right]^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \cdot \int_a^b g^2(x) dx$.

Для представимости линейного оператора n-мерного пространства диагональной матрицей необходимо, чтобы его характеристическое уравнение имело n корней в поле скаляров.

Для представимости линейного оператора n-мерного пространства диагональной матрицей достаточно, чтобы он имел простой спектр.

Для того чтобы вектор β линейно выражался через векторы $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ необходимо и достаточно, чтобы ранги систем $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ и $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n, \beta$ совпадали.

Для того чтобы вектор β линейно выражался через векторы $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ необходимо и достаточно, чтобы β принадлежал подпространству, порожденному векторами $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$.

Для того чтобы вектор β линейно выражался через векторы $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ необходимо (но не достаточно), чтобы система $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n, \beta$ была линейно зависима.

Для того чтобы вектор β линейно выражался через векторы $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ достаточно (но не необходимо), чтобы система $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ была линейно независимой, а $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n, \beta$ - линейно зависима.

Евклидово пространство является прямой суммой любого своего подпространства и его ортогонального дополнения.

Евклидовы пространства одинаковой размерности изоморфны.

Если λ - собственное значение линейного оператора A, то λ^n - собственное значение оператора A^n.

Если λ - собственное значение обратимого линейного оператора A, то λ^{-1} - собственное значение оператора A^{-1}.

Если α произвольная подстановка из S_n, то отображение S_n в S_n по правилу: $\sigma \mapsto \sigma\alpha$, является биективным.

Если α произвольная подстановка из S_n, то отображение S_n в S_n по правилу: $\sigma \mapsto \sigma^{-1}$, является биективным.

Если $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ - базис векторного пространства, то любой другой базис этого пространства можно получить из $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ конечной цепочкой элементарных преобразований.

Если A, B - квадратные матрицы, то ранг$(A+B) \leq$ рангA + рангB.

Если A, B - подпространства векторного пространства, то сумма $A+B = \{a+b \mid a \in A, b \in B\}$ является подпространством.

Если A, B - подпространства конечномерного векторного пространства, то $\dim (A + B) = \dim A + \dim B - \dim A \cap B$.

Если A - линейный оператор n-мерного векторного пространства, то ранг A + дефект $A = n$.

Если A - матрица линейного оператора A, то ранг A= ранг A.

Если A - подпространство евклидова пространства, то $(A^{\perp})^{\perp} = A$.

Если H - подпространство пространства L, то $\dim H \leq \dim L$, причем равенство достигается тогда и только тогда, когда $H=L$.

Если M - линейное многообразие, то множество векторов $\{\alpha-\beta \mid \alpha, \beta \in H\}$ образует направляющее подпространство для M.

Если $n\times n$-матрица $A=(a_{ij})$ обратима, то $A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \ldots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \ldots & A_{n2} \\ \ldots & & & \\ A_{1n} & A_{2n} & \ldots & A_{nn} \end{pmatrix}$

Если $n>2$, то симметрическая группа S_n не абелева.

Если в матрице поменять местами две строки, то ее определитель изменит знак.

Если две совместные системы линейных уравнений от n переменных равносильны, то одну из систем можно получить из другой с помощью конечной цепочки элементарных преобразований.

Если к одной строке матрицы прибавить числа, пропорциональные элементам другой строки, то определитель этой матрицы не изменится.

Если каждый вектор системы векторов $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_k$ из арифметического n-мерного пространства линейно выражается через векторы системы $\beta_1, \beta_{2, \ldots .} \beta_m$ и $m < k$, то система $\alpha_1, \alpha_2, \ldots ,\alpha_k$ линейно зависима.

Если каждый элемент i-ой строки определителя Δ можно представить в виде суммы двух слагаемых: $a_1+b_1, a_2+b_2, \ldots , a_n+b_n$, то Δ равен сумме двух определителей Δ_1 и Δ_2, у которых все строки, кроме i-ой, такие же, как у Δ, а i-ая строка у определителя Δ_1 равна $a_1, a_2, \ldots , a_n$, а у Δ_2 равна $b_1, b_2, \ldots , b_n$.

Если квадратная $n\times n$-матрица A - обратима, то уравнение $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ x_2 \\ .. \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b \end{pmatrix}$ имеет единственное решение для любых $b_1, b_2, \ldots , b_n$.

Если квадратная матрица обратима, то ее можно преобразовать в единичную с помощью элементарных преобразований строк и столбцов.

Если квадратная матрица обратима, то ее можно преобразовать в единичную матрицу с помощью элементарных преобразований строк.

Если квадратная матрица обратима, то ее можно преобразовать в единичную матрицу с помощью элементарных преобразований столбцов.

Если любое представление единичной подстановки в виде произведения транспозиций состоит из четного числа множителей, то четность числа транспозиций в представлении любой подстановки зависит не от способа представления, а только от самой подстановки.

Если матрица A обратима, то матрицы A и A^{-1} имеют одни и те же собственные векторы.

Если матрица A равна произведению элементарных матриц S_i, $A=S_1\cdot S_2\cdot \cdots \cdot S_m$,

Если матрица B - обратима, то для любой матрицы A рангA = рангAB = рангBA.

Если одна из матриц A и B – обратима, то следы матриц AB и BA совпадают.

Если одна из матриц A или B - вырождена, то и произведение AB - вырождено.

Если определитель системы линейных уравнений отличен от нуля, то система имеет единственное решение которое можно найти по формулам Крамера.

Если поле P - является подкольцом кольца P_1, то P_1 - векторное пространство над P.

Если приписать к квадратной $n\times n$-матрице A снизу единичную матрицу E того же порядка, и с помощью элементарных преобразований столбцов преобразуем эту $2n\times n$-матрицу так, чтобы на месте матрицы A появилась единичная матрица, то на месте E появится A^{-1}.

Если размерности двух векторных пространства совпадают, то они изоморфны.

Если размерность двух векторных пространства не совпадают, то они не изоморфны.

Знакопеременная группа A_n при $n>3$ неабелева.

Знакопеременная группа A_n порождается всевозможными тройными циклами.

Каждое евклидово пространство является прямым произведением одномерных попарно ортогональных подпространств.

Каждое линейное многообразие любого конечномерного векторного пространства является пересечением конечного числа гиперплоскостей.

Каждое подпространство пространства P^n является множеством решений некоторой системы линейных уравнений.

Каждую линейно независимую систему векторов можно дополнить до базиса векторного пространства.

Каждую ортонормированную систему векторов можно дополнить до базиса всего евклидова пространства.

Каждый многочлен n-ой степени от одного переменного является характеристическим многочленом некоторой $n\times n$-матрицы.

Квадратная $n\times n$-матрица обратима тогда и только тогда, когда ее ранг равен n.

Квадратная $n\times n$-матрица обратима тогда и только тогда, когда ее строки (столбцы) линейно независимы.

Квадратная $n\times n$-матрица обратима тогда и только тогда, когда она не является делителем нуля.

Квадратная $n\times n$-матрица обратима тогда и только тогда, когда она представима в виде произведения элементарных матриц.

Квадратная матрица обратима тогда и только тогда, когда ее строки линейно независимы.

Конечномерное векторное пространство является прямой суммой одномерных подпространств.

Конечномерное векторное пространство, обладающее базисом из n элементов изоморфно n-мерному арифметическому векторному пространству.

Линейная алгебра квадратных $n\times n$-матриц ассоциативна и с единицей, но не коммутативна и обладает делителями нуля, если $n>1$.

Линейное отображение однозначно задается образами базиса.

Линейное уравнение является следствием системы линейных уравнений тогда и только тогда, когда это уравнение - линейная комбинация уравнений системы.

Линейный оператор n-мерного пространства представим диагональной матрицей тогда и только тогда, когда его характеристическое уравнение имеет n корней, у которых совпадают алгебраическая и геометрические кратности.

Линейный оператор n-мерного пространства представим диагональной матрицей тогда и только тогда, когда он имеет n линейно независимых собственных векторов.

Линейный оператор n-мерного пространства представим диагональной матрицей тогда и только тогда, когда его характеристическое уравнение имеет n корней, у которых совпадают геометрическая и алгебраическая кратности.

Линейный оператор обратим тогда и только тогда, когда его ядро состоит из одного нуля.

Линейный оператор трехмерного действительного пространства имеет, по крайней мере, одну инвариантную прямую.

Любая линейно независимая система векторов евклидова пространства эквивалентна ортонормированной системе векторов.

Любое линейное многообразие n-векторного пространства является пересечением не более чем n гиперплоскостей.

Любое линейное многообразие n-мерного векторного пространства является пересечением гиперплоскостей.

Любое подпространство n-мерного векторного пространства является пересечением $(n-1)$-мерных подпространств.

Любое представление единичной подстановки в виде произведения транспозиций состоит из четного числа множителей.

Любой ненулевой гомоморфизм полной матричной алгебры является изоморфизмом.

Матрица перехода от одного базиса к другому обратима.

Матрицы одного и того же линейного оператора в различных базисах подобны.

Множество A_n всех четных подстановок образует подгруппу группы S_n.

Множество всевозможных линейных комбинаций элементов из подмножества S образует наименьшее подпространство, содержащее S.

Множество всевозможных функций, определенных на поле P, со значениями в поле P с обычным сложением и умножением на скаляр из P образует векторное пространство.

Множество квадратных $n\times n$-матриц с операциями сложения и умножения на скаляр является векторным пространством размерности n^2.

Множество квадратных матриц с операциями сложения, умножения и умножения на скаляр является линейной алгеброй.

Множество решений системы линейных однородных уравнений является подпространством пространства P^n.

Множество решений системы линейных уравнений является линейным многообразием пространства P^n.

Невырожденная матрица является произведением элементарных матриц.

Неизвестные, не являющиеся номерами столбцов базисного минора, можно объявить свободными, а проходящие сквозь базисный минор - несвободными.

Обратную матрицу можно получить с помощью элементарных преобразований строк.

Определитель квадратной матрицы равен нулю тогда и только тогда, когда ее строки линейно независимы.

Определитель матрицы, содержащей две пропорциональные строки, равен нулю.

Определитель матрицы, содержащей две равные строки, равен нулю.

Определитель не изменяется при транспонировании его матрицы.

Определитель произведения матриц равен произведению определителей.

Определитель элементарной матрицы $(k-1)E_{ii}+E$ равен k.

Определитель элементарной матрицы $kE_{ij}+E$ (где $i\neq j$) равен 1.

Ортонормированная система векторов линейно независима.

Отображение $\sigma \mapsto sgn\,\sigma$, ставящее каждой подстановке σ в соответствие ее знак $sgn\sigma$, является гомоморфизмом симметрической группы S_n в мультипликативную группу $<\{1, -1\}; \cdot>$.

Отображение, ставящее в соответствие каждому линейному оператору его матрицу, является изоморфизмом.

Пересечение и объединение инвариантных подмножеств является инвариантным подмножеством.

Пересечение подпространств само является подпространством.

Подпространство конечномерного векторного пространства само конечномерно.

Полная матричная алгебра $M_n(P)$ -проста.

Порядок знакопеременной группы A_n равен $\frac{n!}{2}$.

При умножении строки матрицы на элемент из поля скаляров на этот элемент умножается и ее определитель.

Размерность линейного многообразия является инвариантом многообразия.

Размерность пространства решений системы линейных однородных уравнений с n неизвестными и ранга r равна $n-r$.

Ранг матрицы равен r, если в ней содержится ненулевой минор M порядка r, а все миноры, окаймляющие M, равны нулю.

Ранг матрицы равен наивысшему порядку ее ненулевого минора.

Ранг произведения матриц не выше ранга каждого из сомножителей.

Решение любой совместной системы линейных уравнений ненулевого ранга сводится к решению крамеровской системы.

Симметрическая группа порождается всевозможными циклами.

Симметрическая группа порождается двумя элементами.

Симметрическая группа порождается транспозициями, переставляющими соседние элементы.

Симметрическая группа порождается транспозициями.

Система из m однородных линейных уравнений от n переменных имеет ненулевые решения, если $n > m$.

Система векторов линейно зависима тогда и только тогда, когда один из векторов линейно выражается через остальные.

Система из m линейных однородных уравнений с n неизвестными всегда имеет ненулевое решение, если $m < n$.

Система линейных уравнений несовместна тогда и только тогда, когда с помощью элементарных преобразований системы можно получить противоречивое уравнение.

Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда столбцовые ранги основной и расширенной матриц системы совпадают.

Система линейных уравнений совместна тогда и только тогда, когда строчечные ранги основной и расширенной матриц системы совпадают.

Система однородных линейных уравнений имеет ненулевые решения тогда и только тогда, когда столбцовый ранг матрицы системы меньше числа неизвестных.

Следы подобных матриц совпадают.

Столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов этой матрицы.

Столбцовый ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк.

Строчечный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях строк этой матрицы.

Строчечный ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях столбцов этой матрицы.

Строчечный и столбцовый ранги матрицы совпадают.

Сумма подпространств A и B является прямой тогда и только тогда, когда каждый вектор из $A+B$ имеет единственное представление в виде $a+b$, где $a \in A$ и $b \in B$.

Сумма произведений элементов строки определителя на алгебраические дополнения соответствующих элементов другой строки равна нулю.

Сумма произведений элементов строки определителя на их алгебраические дополнения равна определителю.

то определитель матрицы A равен произведению определителей сомножителей: $|A| = |S_1| \cdot |S_2| \cdot \cdots \cdot |S_m|$.

Умножение и сложение прямоугольных матриц связано дистрибутивным законом.

Умножение прямоугольных матриц ассоциативно.

Уравнения системы линейных уравнений, не проходящие сквозь базисный минор, можно из системы удалить.

Характеристические уравнения подобных матриц совпадают.

Центр полной матричной алгебры состоит из скалярных матриц.

Четность числа транспозиций в представлении любой подстановки зависит не от способа представления, а только от самой подстановки.

Число свободных и несвободных переменных системы линейных уравнений зависит не от способа решения этой системы, а только от самой системы.

Элементарное преобразование второго типа равносильно умножению на элементарную матрицу $kE_{ij}+E$ $(i\neq j)$.

Элементарное преобразование первого типа равносильно умножению на элементарную матрицу $(k\text{-}1)E_{ii}+E$.

Элементарные преобразования системы уравнений не изменяют ее множество решений.

Вопросы для экзамена (4 семестр)

- Высказывания, предикаты и операции над ними. Законы логики высказываний. Математическое доказательство.
- Бинарные отношения. Отношение эквивалентности и разбиение на классы, фактормножество .
- Операции над множествами. Элементы комбинаторики.
- Поле. Свойства полей. Числовые поля. Поле рациональных чисел как минимальное полевое расширение кольца целых чисел. Представление рациональных чисел обыкновенными и десятичными дробями.
- Система действительных чисел.
- Поле комплексных чисел. Многочлены над полем комплексных чисел. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел .
- Системы линейных неравенств.
- Определитель квадратной матрицы, его свойства, способы вычисления. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
- Матрицы и действия над ними. Вычисление обратной матрицы. Решение системы линейных уравнений в матричной форме.
- Ранг матрицы, его вычисление. Системы линейных уравнений. Критерий совместности системы линейных уравнений. Решение системы методом Гаусса.
- Линейные отображения, матрица линейного оператора. Инвариантные подмножества линейных пространств. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора и их нахождение.
- Евклидовы пространства. Ортогональные дополнения к подпространству. Строение конечномерных евклидовых пространств.

- Группы и подгруппы. Гомоморфизмы и нормальные делители. Теорема о гомоморфизмах групп.
- Сравнения. Системы вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Кольцо классов вычетов. Линейные сравнения. Диофантовы уравнения первой степени. .
- Арифметические приложения сравнений: решение неопределенных уравнений, вычисление остатка от деления, признаки делимости, длина периода систематической дроби.
- Кольца главных идеалов, евклидовы и гауссовы кольца. Теорема о гомоморфизмах колец.
- Кольцо многочленов от одной и нескольких переменных. Подкольцо симметрических многочленов и его порождающие.
- Многочлены над полем действительных чисел; сопряженность корней и неприводимые множители в кольце $\mathbb{R}[x]$. Отделение действительных корней многочлена.
- Многочлены над полем рациональных чисел и рациональные корни многочлена. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
- Строение простого алгебраического расширения. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
- Условия разрешимости уравнения третьей степени в квадратных радикалах. Примеры геометрических задач, сводящихся к уравнениям, неразрешимым в квадратных радикалах.
- Система целых неотрицательных чисел.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

9.1. Основная литература (базовые учебники)

1. Головко, О. В. Высшая математика. Часть I. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Векторная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / О. В. Головко, Г. Н. Дадаева, Е. В. Салтанова. — Кемерово : Кемеровская государственная медицинская академия, 2006. — 56 c. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/6111.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011. — 278 c. — ISBN 978-5-374-00535-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/10599.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

9.2. Дополнительная литература

1. Огнева, Э. Н. Математика. Раздел 1. Алгебра и геометрия : учебное пособие для студентов специальности 080801 «Прикладная информатика (в информационной сфере)», специализации «Информационные сети и системы»; по направлению 230700 «Прикладная информатика», квалификации (степень) «Бакалавр прикладной информатики» / Э. Н. Огнева. — Кемерово : Кемеровский государственный институт культуры, 2011. — 227 c. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/22020.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Скрыдлова, Е. В. Линейная алгебра : учебное пособие / Е. В. Скрыдлова, О. О. Белова. — Калининград : Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, 2010. — 151 c. — ISBN 978-5-9971-0062-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/23814.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Кочетова, Ю. В. Алгебра. Конечномерные пространства. Линейные операторы : курс лекций / Ю. В. Кочетова, Е. Е. Ширшова. — Москва : Прометей, 2013. — 80 c. — ISBN 978-5-7042-2454-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/23973.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Сибиряков, Е. Б. Линейная алгебра : учебное пособие / Е. Б. Сибиряков. — Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014. — 56 c. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/45477.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : учебное пособие / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 180 c. — ISBN 978-5-7782-2409-

4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/45380.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

6. Морозова, Л. Е. Векторная алгебра : учебное пособие / Л. Е. Морозова, В. Б. Смирнова. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 120 c. — ISBN 978-5-9227-0476-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/26870.html (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

9.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:

1. Базовые федеральные образовательные порталы . < http://www.edu.ru/db/portal/sites/portal_page.htm >.
2. Государственная публичная научно - техническая библиотека . < www.gpntb.ru/ >.
3. Информационно - коммуникационные технологии в образовании . Система федеральных образовательных порталов . < http://www.ict.edu.ru/ >.
4. Национальная электронная библиотека . < www.nns.ru/ >..
5. Поисковая система « Апорт ». < www.aport.ru/ >.
6. Поисковая система « Рамблер ». < www.rambler.ru/ >.
7. < www.yahoo.com/ >. Поисковая система «Yahoo».
8. < www.yandex.ru/ >. Поисковая система « Яндекс ».
9. Российская государственная библиотека . < www.rsl.ru/ >.
10. Российская национальная библиотека . < www.nlr.ru/ >.

9.4. Информационные технологии:

Учебно-методическое, материально-техническое и информационное обеспечение дисциплины: электронная библиотека www.ibooks.ru,
электронные учебники,
учебная обязательная и дополнительная литература,
учебно-методический комплекс по дисциплине,
локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием
Лицензионный пакет математических символьных вычислений *MAPLE*
Использование слайд-презентаций при проведении лекций и отдельных семинаров.
Консультация, проверка проблемных вопросов посредством электронной почты.
Участие в Интернет-экзамене в сфере профессионального обучения (ФЭПО).
В рамках изучения дисциплины задействована электронная информационно-образовательная среда вуза: в локальной сети размещены материалы по дисциплине (планы семинарских и практических занятий, памятки психолога с возрастными нормами, задания для самостоятельной работы, вопросы к зачету и экзамену, электронные учебники и др.). На аудиторных занятиях применяются мультимедийные презентации.

10.Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Текущий контроль

Уровень освоения компетенции	**Уровень освоения дисциплины (оценка)**	**Форма текущего контроля**		
		Устный опрос (сообщение, доклад, реферат, домашняя работа и др.)	**Письменный опрос (решение (составление) задач, тестов, оформление проектов документов и пр.)**	**Лабораторная работа**
		Универсальные критерии оценивания		
Высокий	Отлично	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также сформированность всех дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Применение умений и навыков уверенное.	Верно решено (выполнено) от 91 до 100 % заданий (задач)	Все задания выполнены верно, оформление работы соответствует требованиям, студентом дан четкий безошибочный ответ на все поставленные вопросы.
Базовый	Хорошо	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также успешная сформированность дескрипторов компетенции: знаний,	Верно решено (выполнено) от 76 до 90 % заданий (задач)	Все задания выполнены верно, оформление работы соответствует требованиям, студент

		умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Вместе с тем, студентом допущены ошибки, имеет место пробелы в умениях и навыках.		ответил на поставленные вопросы с замечаниями.
Пороговый	Удовлетворительно	Продемонстрированы не достаточные знания программного материала, имеются затруднения в понимании сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Сформированы дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки порогового уровня.	Верно решено (выполнено) от 50 до 75 % заданий (задач)	Все задания выполнены с замечаниями; оформление работы имеет замечания, студент ответил на поставленные вопросы с замечаниями
Компетенции не сформированы	Неудовлетворительно	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки не сформированы (теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют) // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.	Верно решено (выполнено) менее 50 % заданий (задач)	Задания выполнены неправильно (не выполнены), оформление работы имеет замечания, студент ответил на поставленные вопросы с ошибками или не ответил на поставленные вопросы.

Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	**Уровень освоения дисциплины (оценка)**	**Форма промежуточной аттестации**			
		<u>Зачет</u>	**Дифференцированный зачет**	**<u>Экзамен</u>**	**Защита курсовой работы**
		Универсальные критерии оценивания			
Высокий	зачтено // отлично	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также сформированность всех дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Применение умений и навыков уверенное.		Продемонстрировано всестороннее и глубокое освещение избранной темы (проблематики), а также умение работать с источниками, делать теоретические и практические выводы. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения научный с использованием терминологии.	
Базовый	зачтено // хорошо	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также успешная сформированность дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Вместе с тем, студентом допущены ошибки, имеет место пробелы в умениях и навыках.		Продемонстрировано глубокое освещение избранной темы (проблематики), а также умение работать с источниками, делать теоретические и практические выводы. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения научный с использованием терминологии. Вместе с тем, студентом допущены ошибки.	
Пороговый	зачтено // удовлетворительно	Продемонстрированы не достаточные знания программного материала, имеются затруднения в понимании сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Сформированы дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки порогового уровня.		Продемонстрировано в основном владение материалом, а также умение работать с источниками, делать выводы. Вместе с тем, недостаточно четко отражены результаты исследования, студентом допущены ошибки.	
Компетенции не сформированы	не зачтено // неудовлетворительно	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Дескрипторы компетенции: знания, умения,		Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса (проблематики исследования) с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Теоретические	

		навыки не сформированы (теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют) // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.	знания разрознены, умения и навыки отсутствуют // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.

11. Материально-техническая база

Используемые инструментальные и программные средства. Программное обеспечение: библиотека, электронная библиотека, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием. В рамках изучения дисциплины применяется доска, мультимедийный проектор для демонстрации презентаций и видеоматериалов.