

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Меркулов Евгений Сергеевич

Должность: и.о. декана

Дата подписания: 03.04.2021 03:36:47

Уникальный программный ключ:

39428e82d614a3cd984f917b018f0fd2c07182daabc77db685db2d16370f6e7c

ОПОП

СМК-РПД-В1.П2-2019

Рабочая программа дисциплины *Б1.В.22 «Теория чисел»* 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

Рассмотрено и утверждено на заседании кафедры  
математики и физики  
«14» мая 2019г., протокол №9  
зав. кафедрой \_\_\_\_\_ А.П. Горюшкин

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)  
Б1.В.22 «Теория чисел»**

**Направление подготовки (специальность):** 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)»

**Профили подготовки** «Начальное образование» и «Математика»

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная (заочная, очно-заочная) очная

**Курс** 1 **Семестр** 1

**Экзамен :** 1 семестр

**Год начала подготовки (по учебному плану)** 2018

Петропавловск-Камчатский  
2019

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (с двумя профилями), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «09» февраля 2016 года № 91.

Разработчик(и):

Профессор кафедры математики и физики

(должность, кафедра)

\_\_\_\_\_ А. П. Горюшкин

(подпись)

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
<i>Рабочая программа дисциплины Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

1. Цели и задачи освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОП ВО
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине
4. Содержание дисциплины
5. Тематическое планирование
6. Самостоятельная работа
7. Тематика контрольных работ, курсовых работ (при наличии)
8. Перечень вопросов на экзамен
9. Учебно-методическое и информационное обеспечение
10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента
11. Материально-техническая база

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

### 1. Цель и задачи освоения дисциплины

**Цель освоения дисциплины** – обеспечение высокого уровня профессиональных знаний и умений учителя математики, необходимых ему для грамотного и творческого решения вопросов обучения. Учащийся должен отчетливо усвоить фундаментальные теоретико-числовые идеи, значение важнейших результатов теории чисел и овладеть техникой доказательств. Для достижения этих целей изложение теории чисел строится систематически, на уровне строгости, принятой в современной математике.

#### **Задачи освоения дисциплины:**

- формирование системы знаний и умений, связанных с содержанием курса теории чисел.
- актуализация межпредметных связей, способствующих пониманию особенностей математического образования.
- развитие математической культуры будущего преподавателя математики.
- приобретение опыта применения базовых математических знаний и основ математического моделирования для решения задач теории чисел.
- активизация познавательной деятельности студентов в области математики и математического моделирования.
- стимулирование самостоятельной работы студентов по освоению содержания дисциплины и формированию необходимых компетенций.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

**Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата.** Б.1. «Теория чисел» является базовой дисциплиной, читается на 1 курсе, а 1 семестре.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины «Теория чисел» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки:

<b>Код компетенции</b>	<b>Наименование компетенции</b>	<b>Универсальные дескрипторы сформированности компетенции</b>
ОК-3	Способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве	<b>Знать:</b> основные характеристики и этапы развития естественнонаучной картины мира; место и роль человека в природе; основные способы математической обработки данных; основы современных технологий сбора, обработки и представления информации; способы применения естественнонаучных и математических знаний в общественной и профессиональной деятельности; современные информационные и коммуникационные технологии; понятие «информационная система», классификацию информационных систем и ресурсов. <b>Уметь:</b> ориентироваться в системе

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

		<p>математических и естественнонаучных знаний как целостных представлений для формирования научного мировоззрения; применять понятийно-категориальный аппарат, основные законы естественнонаучных и математических наук в социальной и профессиональной деятельности; использовать в своей профессиональной деятельности знания о естественнонаучной картине мира; применять методы математической обработки информации; оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учётом решаемых профессиональных задач; управлять информационными потоками и базами данных для решения общественных и профессиональных задач.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками использования естественнонаучных и математических знаний в контексте общественной и профессиональной деятельности; навыками математической обработки информации.</p>
ОК-6	Способность к самоорганизации и самообразованию	<p><b>Знать:</b> социально-личностные и психологические основы самоорганизации; основные функциональные компоненты процесса самоорганизации (целеполагание, анализ ситуации, планирование, самоконтроль и коррекция); основные мотивы и этапы самообразования; типы профессиональной мобильности (вертикальная и горизонтальная); структуру профессиональной мобильности (внутренняя потребность в профессиональной мобильности, способность и знаниевая основа профессиональной мобильности, самоосознание личностью своей профессиональной мобильности, сформированное на основе рефлексии готовности к профессиональной мобильности); условия организации профессиональной мобильности; различные виды проектов, их суть и назначение; общую структуру концепции проекта, понимает ее составляющие и принципы их формулирования; о концепциях (концептуальных моделях) проектов в</p>

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

		<p>будущей профессиональной деятельности; о правовых и экономических основах разработки и реализации проектов в будущей профессиональной деятельности; системы и стандарты качества, используемые в будущей профессиональной деятельности; принципы, критерии и правила построения суждений, оценок.</p> <p><b>Уметь:</b> в рамках поставленной цели сформулировать взаимосвязанные задачи, обеспечивающие ее достижение, а также результаты их выполнения; выбирать оптимальный способ решения задачи, учитывая предоставленные в проекте ресурсы и планируемые сроки реализации данной задачи; представлять в виде алгоритма (по шагам и видам работ) выбранный способ решения задачи; определять время, необходимое на выполнение действий (работ), предусмотренных в алгоритме; документально оформлять результаты проектирования; реализовывать спроектированный алгоритм решения задачи (т. е. получить продукт) за установленное время; оценивать качество полученного результата; грамотно, логично, аргументировано формировать собственные суждения и оценки; оставлять доклад по представлению полученного результата решения конкретной задачи, учитывая установленный регламент выступлений; видеть суть вопроса, поступившего в ходе обсуждения, и грамотно, логично, аргументировано ответить на него; видеть суть критических суждений относительно представляемой работы и предложить возможное направление ее совершенствования в соответствии с поступившими рекомендациями и замечаниями.</p> <p><b>Владеть:</b> способностью формулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение, определять ожидаемые результаты решения выделенных задач; навыками решения</p>
--	--	---

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

		<p>конкретных задач проекта заявленного качества за установленное время; навыками публичного представления результатов решения конкретной задачи проекта; навыками самообразования, планирования собственной деятельности, оценки результативности и эффективности собственной деятельности; навыками организации социально-профессиональной мобильности.</p>
ПК-4	<p>Способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов</p>	<p><b>Знать:</b> специфику начального общего, основного общего, среднего общего образования и особенности организации образовательного пространства в условиях образовательной организации; основные психолого-педагогические подходы к проектированию и организации образовательного пространства (культурно-исторический, деятельностный, личностный) для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета; основные характеристики и способы формирования безопасной развивающей образовательной среды; современные педагогические технологии реализации компетентностного подхода с учетом возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся; методы и технологии поликультурного, дифференцированного и развивающего обучения.</p> <p><b>Уметь:</b> применять современные образовательные технологии, включая информационные, а также цифровые образовательные ресурсы для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения; разрабатывать и реализовывать проблемное обучение, осуществлять связь обучения по предмету (курсу, программе) с практикой, обсуждать с обучающимися актуальные события современности; поддерживать в детском коллективе деловую, дружелюбную атмосферу для обеспечения безопасной развивающей образовательной среды;</p>

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

		<p>формировать и реализовывать программы развития универсальных учебных действий, образцов и ценностей социального поведения.</p> <p><b>Владеть:</b> навыками планирования и организации учебно-воспитательного процесса, ориентированного на достижение личностных, метапредметных и предметных результатов обучения; навыками регулирования поведения обучающихся для обеспечения безопасной развивающей образовательной среды.</p>
--	--	---



ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

#### 4. Содержание дисциплины

##### Модуль 1. Теория чисел

###### **ДЕ1. Целые числа. Теория делимости**

Делимость на множестве целых чисел. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель двух и более чисел. Взаимно простые числа и их свойства. Наибольшее общее кратное двух и более чисел. Основная теорема арифметики. Основные свойства простых чисел. Факторизация числа  $n$ . Числовые функции  $\tau(n)$ ,  $\sigma(n)$ ,  $E(x)$ . Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел. Теорема об интервалах. Асимптотический закон распределения простых чисел. Неравенства Чебышева для  $\pi(x)$ . Простые числа в арифметических прогрессиях.

###### **ДЕ 2. Сравнения в кольце целых чисел**

Сравнимость целых чисел по модулю  $m$ , свойства. Полная и приведенная система вычетов по данному модулю. Теоремы Эйлера и Ферма. Кольцо и поле классов вычетов. Показатели чисел и классов вычетов по данному модулю. Число классов с заданным показателем. Теорема о существовании первообразного корня по простому модулю. Индексы чисел и классов по простому модулю, свойства.

###### **ДЕ 3. Сравнения с неизвестной величиной**

Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения первой степени: случай единственного решения; нет решения;  $d$  решений. Различные способы нахождения единственного решения. Сравнения по простому модулю. Сравнения по степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и к сравнению по простому модулю. Двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Арифметические приложения теории сравнений.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

### 5. Тематическое планирование

Модули:

№	Наименование модуля	Лекции	Практики / семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Теория чисел	18	24	0	66	108
Всего:		18	24	0	66	108

#### Модуль 1. Теория чисел

№ темы	Наименование темы (работы)	Вид	Часы	Компетенции по теме
1	Отношение делимости в кольце целых чисел . Деление с остатком.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Простые и составные числа. Основная теорема арифметики	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Числовые функции.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Бесконечность простых чисел. Асимптотический закон распределения простых чисел.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Систематические числа.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Сравнимость целых чисел по модулю $m$ . Сравнения первой степени.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Арифметические приложения теории сравнений.	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
9	Цепные дроби	Лек	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Отношение делимости в кольце целых чисел . Деление с остатком.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Простые и составные числа. Основная теорема арифметики	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Числовые функции.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Бесконечность простых чисел. Асимптотический закон распределения простых чисел.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Систематические числа.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Вычисления в $g$ -ной системе счисления	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
8	Сравнимость целых чисел по модулю $m$ .	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

	Сравнения первой степени.			4
9	Арифметические приложения теории сравнений.	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
10	Цепные дроби	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
11	Неопределенные уравнения	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
12	Сравнения высших степеней	Пр/сем	2	ОК-3; ОК-6; ПК-4
1	Деление с остатком. Делимость в кольце $Z$	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
2	Числовые функции.	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
3	Систематические числа.	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
4	Числовые сравнения по данному модулю.	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
5	Сравнения, содержащие неизвестную величину.	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
6	Дискретные логарифмы	Сам.р.	10	ОК-3; ОК-6; ПК-4
7	Арифметические приложения теории сравнений.	Сам.р.	6	ОК-3; ОК-6; ПК-4

#### 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам семинарских занятий, выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы;
- работа в информационно-справочных системах;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение психологических задач;
- подготовка сообщений по вопросам семинарских занятий и др.

#### 6.1. Планы семинарских и практических занятий

##### План практических занятий.

№ темы	Тема
1	Отношение делимости в кольце целых чисел . Деление с остатком.
2	Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное
3	Простые и составные числа. Основная теорема арифметики
4	Числовые функции.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

5	Бесконечность простых чисел. Асимптотический закон распределения простых чисел.
6	Систематические числа.
7	Вычисления в $g$ -ной системе счисления
8	Сравнимость целых чисел по модулю $m$ . Сравнения первой степени.
9	Арифметические приложения теории сравнений.
10	Цепные дроби
11	Неопределенные уравнения
12	Сравнения высших степеней

## 6.2 Внеаудиторная самостоятельная работа

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы;
- работа в информационно-справочных системах;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение задач;

Основными формами самостоятельной работы по дисциплине являются:

1) Освоение теоретического материала ( подготовка к практическим занятиям , зачету и экзаменам);

2) Выполнение заданий в микрогруппах ;

3) Выполнение домашней контрольной работы;

Для обеспечения самостоятельной работы используются следующие средства :

1) Конспекты лекций;

2) Учебно-методическая литература;

3) Информационные источники сети «Интернет»

Литература для самостоятельной работы студентов в модулях

1. Горюшкин А.П. Краткий курс алгебры и теории чисел / Изд-во Камч. гос. пед. ин-та – Петропавловск-Камч.: 2000.

2. Горюшкин А.П. Задачи по алгебре / Изд-во Камч. гос. пед. ин-та – Петропавловск-Камч.: 2001.

### *Тематический план самостоятельной работы*

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Вид СР: Самостоятельное решение задач по теме:
1.	Целые числа. Теория делимости	Деление с остатком. Делимость в кольце $Z$	[1], глава XII Теория делимости в кольце целых чисел. Задачи на стр. 230 - 231

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Вид СР: Самостоятельное решение задач по теме:
2.	Целые числа. Теория делимости	Числовые функции.	[1], глава XII Теория делимости в кольце целых чисел. Задачи на стр. 235 - 236
3.	Целые числа. Теория делимости	Систематические числа.	[1], глава XII Теория делимости в кольце целых чисел. Задачи на стр. 238 - 241
4.	Сравнения в кольце целых чисел	Числовые сравнения по данному модулю.	[1], глава XIII Теория сравнений. Задачи на стр. 264 - 266
5.	Сравнения в кольце целых чисел	Сравнения, содержащие неизвестную величину.	[1], глава XIII Теория сравнений. Задачи на стр. 276 - 278
6.	Сравнения с неизвестной величиной	Дискретные логарифмы	[1], глава XIII Теория сравнений. Задачи на стр. 278 - 293
7.	Сравнения с неизвестной величиной	Арифметические приложения теории сравнений.	[1], глава XIV Диофантовы уравнения. Задачи на стр. 284 - 293

- кольцо целых чисел;
- отношение делимости в  $\mathbb{Z}$  и его свойства;
- простые, составные числа, основную теорему арифметики;
- асимптотический закон распределения простых чисел;
- числовые функции;
- отношение сравнимости по модулю  $m$ ;
- функцию Эйлера;
- теоремы Эйлера и Ферма;
- сравнения первой степени;
- приведение сравнений по составному модулю к системе сравнений по простому модулю;
- классы, принадлежащие показателю, первообразные корни;
- понятие индекса, свойства индексов;
- квадратичные вычеты и невычеты;
- символ Лежандра;

- свойства сравнений, на которых основано нахождение остатка при делении на данное число;
- свойства сравнений, на которых основаны выводы частных признаков делимости;
- чистую и смешанную периодическую десятичную дробь;
- проверку результата действий с помощью числа 9;
- представление действительных чисел цепными дробями;
- представление простого числа  $P \equiv 1 \pmod{4}$  в виде суммы 2-х квадратов;
- понятие алгебраические и трансцендентные числа.

должен уметь:

- производить операции в кольце  $Z$ ;
- разлагать составные числа в произведение простых чисел;
- отличать кольцо от поля классов вычетов;
- применять функцию Эйлера;
- применять теоремы Эйлера и Ферма;
- применять формулы  $\sigma(n)$  и  $\tau(n)$ ;
- применять теоремы Эйлера и Ферма;
- производить исследование сравнений первой степени;
- решать линейные сравнения;
- решать системы линейных сравнений;
- распознавать первообразные корни;
- применять требования для отыскания показателя, которому принадлежит число по данному модулю;
- применять индексы для решения двучленных сравнений;
- находить квадратичные вычеты и невычеты;
- применять символ Лежандра;
- применить свойства сравнений для нахождения остатка при делении на данное число;
- применять свойства сравнений для вывода признаков делимости;
- применить теорию сравнений для нахождения длины периода;
- применять сравнения к проверке результатов действий с помощью числа 9;
- разложить число в непрерывную дробь;
- применить теорему Дирихле к представлению числа  $P \equiv 1 \pmod{4}$  в виде суммы 2-х квадратов;
- привести примеры алгебраических и трансцендентных чисел.

должен иметь навыки:

- применения теоремы о делении с остатком;
- применения алгоритма представления составного числа в каноническом виде;
- применения признака сравнимости по  $\text{mod } m$ ;
- применения функции Эйлера;
- применения числовых функций;
- применения теорем Эйлера и Ферма;
- применения теорем исследования линейных сравнений с одной переменной;
- применения теории к решению линейных сравнений с одной переменной;

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

- применения требований для отыскания показателей, к которым принадлежит число по mod  $m$ ;
- применения индексов при решении сравнений по простому модулю;
- применения алгоритма нахождения квадратичных вычетов и невычетов;
- применения символа Лежандра;
- применения свойств сравнений для нахождения остатков при делении на данное число; для выводов признаков делимости;
- нахождения длины периода и числа цифр после запятой до 1-го периода при обращении обыкновенной дроби в десятичную;
- применения сравнений к проверке результатов действий с помощью чисел 9 и 11;
- применения формулы для получения числителя и знаменателя подходящей дроби;
- применения критерия Эйзенштейна (неприводимости  $f(x)$  над данным полем) для установления: являются ли его корни алгебраическими числами.

Текущий контроль результативности самостоятельной работы осуществляется при выполнении расчетно-графических работ

#### Расчетно-графическая работа № 1

Тема. «Алгоритм Евклида и НОД двух чисел и его линейное выражение. НОД и НОК  $n$  чисел. Числовые функции. Определение остатка при делении  $a^l$  на  $q$  (с использованием теоремы Эйлера и без нее)».

Задание 1. С помощью алгоритма Евклида найти наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК) чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$ . НОД чисел  $a$  и  $b$  линейно выразить. НОД и НОК найти факторизацией чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

Вариант	a	b	c
1	1 767	2 223	11 913
2	476	1 258	21 114
3	3 445	4 225	5 915
4	572	5 746	1 118
5	1 023	1 518	14 883
6	1 073	3 683	34 481
7	1 012	1 474	4 598
8	874	1 518	20 102
9	2 585	7 975	13 915
10	988	2 014	42 598
11	8 211	13 566	19 074
12	943	2 737	3 059
13	2 737	9 163	9 639
14	1 411	4 641	5 253
15	588	2 058	2 843
16	279	372	1 395
17	923	3 763	3 337
18	2 109	2 405	851
19	1 638	2 106	4 823

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

20	777	5 906	3 003
21	1 445	629	10 217
22	903	18 533	1 462
23	1 786	11 327	705
24	1 122	5 304	8 925
25	565	1 243	678
26	413	1 947	2 360
27	671	4 270	793
28	533	1 271	1 066

Задание 2. Разложить на простые множители числа a, b и c.

Вариант	a	b	c	Вариант	a	b	c
1	12 870	147 220	1 495 143	15	46 550	726 726	1 794 600
2	41 382	129 591	1 185 575	16	27 504	577 269	1 345 950
3	24 700	192 423	4 001 075	17	34 481	360 360	2 328 480
4	56 595	103 818	5 555 473	18	14 883	257 400	1 766 640
5	35 574	224 325	1 079 199	19	51 480	154 440	1 453 452
6	25 245	414 981	2 955 425	20	21 084	300 300	1 731 807
7	10 140	116 424	2 290 059	21	58 296	465 500	1 384 110
8	36 372	883 320	1 011 681	22	38 970	742 203	1 358 280
9	14 300	777 546	12 656 014	23	80 955	247 536	6 931 008
10	33 250	622 908	1 002 001	24	988	2 843	6 229 080
11	4 520	830 544	1 555 092	25	4 598	2 405	4 001 750
12	82 467	465 696	3 463 614	26	7 975	2 585	4 656 960
13	92 274	582 120	1 154 538	27	4 641	3 337	7 267 260
14	37 730	519 090	1 539 384	28	8 925	116 424	1 544 400

Задание 3. Выяснить, с каким показателем простое число p входит в разложение n!, если:

Вариант	p	n	Вариант	p	n
1	89	2	15	89	2



ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

2	89	3	16	89	3
3	89	5	17	89	5
4	89	7	18	89	7
5	89	2	19	89	2
6	89	3	20	89	3
7	89	5	21	89	5
8	89	7	22	89	7
9	89	3	23	89	2
10	89	5	24	89	3
11	89	7	25	89	5
12	89	3	26	89	7
13	89	5	27	89	2
14	89	7	28	89	3

Задание 4. Найдите количество делителей числа  $n$ , сумму его делителей и выпишите все делители.

Вариант	$n$	Вариант	$n$	Вариант	$n$	Вариант	$n$
1	132	8	220	15	306	22	1274
2	228	9	308	16	234	23	1862
3	204	10	364	17	950	24	1666
4	156	11	532	18	850	25	726
5	380	12	476	19	650	26	1734
6	340	13	198	20	550	27	1014
7	260	14	342	21	1078	28	3610

Расче  
тно-  
граф

ическая работа № 2

Тема «Системы сравнений с неизвестной величиной.  
Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра».

Задание 1. Решить систему  $\begin{cases} x \equiv b_1 \pmod{4}, \\ x \equiv b_2 \pmod{5}, \\ x \equiv b_3 \pmod{7}. \end{cases}$

Значения  $b_1, b_2, b_3$  выбрать из таблицы.

Задание 2. Существует ли целое число  $x$  такое, что  $x^2 - 2$  делится на  $m$ .

Значение  $m$  взять из таблицы.

Задание 3. Определите символ Лежандра  $\left(\frac{a}{p}\right)$  по модулю  $m$ .

$\left(\frac{a}{p}\right)$  взять из таблицы.

Вариант	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$m$	$\left(\frac{a}{p}\right)$
---------	-------	-------	-------	-----	----------------------------

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019				
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>					

1	3	2	6	29	$\left(\frac{19}{67}\right)$
2	1	3	4	31	$\left(\frac{38}{79}\right)$
3	1	3	5	37	$\left(\frac{56}{73}\right)$
4	1	3	6	41	$\left(\frac{54}{83}\right)$
5	1	3	8	43	$\left(\frac{297}{337}\right)$
6	1	2	3	47	$\left(\frac{157}{401}\right)$
7	1	2	5	53	$\left(\frac{165}{373}\right)$
8	1	2	6	59	$\left(\frac{1015}{1621}\right)$
9	1	2	8	61	$\left(\frac{19}{71}\right)$
10	2	3	4	67	$\left(\frac{38}{83}\right)$
11	2	3	5	71	$\left(\frac{56}{79}\right)$
12	2	3	6	73	$\left(\frac{54}{89}\right)$
13	3	2	1	83	$\left(\frac{297}{347}\right)$
14	3	3	6	89	$\left(\frac{157}{409}\right)$
15	3	3	5	97	$\left(\frac{238}{593}\right)$
16	3	2	5	101	$\left(\frac{230}{457}\right)$
17	1	3	3	103	$\left(\frac{19}{73}\right)$
18	1	1	5	107	$\left(\frac{38}{89}\right)$

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

19	2	1	6	191	$\left(\frac{56}{83}\right)$
20	2	1	5	193	$\left(\frac{54}{97}\right)$
21	2	1	4	197	$\left(\frac{297}{349}\right)$
22	2	2	6	199	$\left(\frac{157}{419}\right)$
23	3	2	6	211	$\left(\frac{114}{277}\right)$
24	3	1	6	223	$\left(\frac{323}{607}\right)$
25	3	1	5	227	$\left(\frac{283}{563}\right)$

#### МАТЕРИАЛЫ КОНТРОЛЬНО-СРЕЗОВЫХ РАБОТ ПО КУРСУ

### Контрольно измерительные материалы (тесты) по модулю 1

ДЕ 1. Простые и составные числа

1. при делении целого числа  $a$  на целое число  $b > 0$  остаток  $r$  отрицателен

не единственный

$$0 \leq r < b \quad \Pi$$

$$r \geq b$$

2. алгоритм Евклида служит для нахождения

чисел взаимно простых

чисел взаимно обратных

наименьшего общего кратного двух чисел

наибольшего общего делителя двух чисел  $\Pi$

3. для того чтобы числа  $a$  и  $b$  были взаимно простыми необходимо и достаточно, чтобы существовали такие целые числа  $x$  и  $y$ , что

$$ax = by$$

$$ax + by = 1 \quad \Pi$$

$$ax > by$$

$$ax - by = 2$$

4. наименьшее общее кратное двух целых чисел  $a$  и  $b$  выражается формулой

$$\frac{a+b}{(a,b)}$$

$$\frac{(a,b)}{a+b}$$

$$\frac{ab}{(a,b)} \Pi$$

$$\frac{(a,b)}{ab}$$

5. если натуральное число простое то у него  
два делителя  $\Pi$   
один делитель  
больше двух делителей  
нет делителей

6. основная теорема арифметики о  
НОК попарно взаимно простых чисел  
простом делителе составного числа, который не превосходит квадратного корня из  
этого числа  
возможности и единственности представления составного числа в виде  
произведения простых чисел  $\Pi$   
том, что всякое натуральное число большее единицы делится хотя бы на одно  
простое число

7. множество простых чисел бесконечно это  
теорема Эйлера  
теорема Ферма  
теорема Евклида  $\Pi$   
теорема Эратосфена

1. решето Эратосфена это  
способ нахождения чисел не превосходящих  $n$  и с ним взаимно простых  
способ выделения простых чисел из любого отрезка натурального ряда  $\Pi$   
способ разложения составного числа на простые множители  
способ вычисления  $n!$

2. если  $(a,d) = 1$ , то прогрессия  $a; a + d; \dots; a + (n - 1)d; \dots$  содержит  
только составные числа  
бесконечно много простых чисел  $\Pi$   
только простые числа  
взаимно простые числа

ДЕ 2. Деление с остатком, НОД, НОК

3. делимое при известном неполном частном 16, делителе 12, остатке 6  
равно 158  
равно 138

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

равно 198 П

равно 200

4. число второго десятка, имеющее четыре простые делителя

18

15

11

16 П

5. значение являющееся произведением НОД и НОК чисел 45 и 27

900

1215 П

735

2205

6. число кратное пяти, которое будь оно на 10 больше, записывалось бы тремя одинаковыми цифрами

343

445

545 П

505

7. наименьшее общее кратное чисел 111 и 37

222

371

588

111 П

8. наименьшее нечетное число, кратное трем

9

3 П

7

15

9. частное и остаток при делении 6 на 9

1 и -3

не существует

0 и 6 П

0 и 9

10. при делении целого числа  $C$  на 13 получается неполное частное получается неполное частное 17. Наибольшее значение делимого  $C$

233 П

200

207

273

11. НОД чисел 1001 и 6253

17

19

13 П

23

12.  $d = \text{НОД}$  чисел 903 и 731 линейно выражено так

$$d = -2 \cdot 903 + 731 \cdot 5$$

$$d = 2 \cdot 903 + 731 \cdot (-5)$$

$$d = -4 \cdot 903 + 731 \cdot 5 \text{ П}$$

$$d = -3 \cdot 903 + 731 \cdot 4$$

13. НОК чисел 221 и 299

2607

8309

10166

5083 П

14. НОК чисел 3, 17, 2

204

102 П

306

52

15. одно целочисленное решение уравнения  $11x + 67y = 1$

$$x = -5 \quad y = 1$$

$$x = -7 \quad y = 2$$

$$x = 5 \quad y = -2$$

$$x = -6 \quad y = 1 \text{ П}$$

16. разложение 4520 на простые числа

$$2^2 \cdot 5 \cdot 117$$

$$2 \cdot 5^2 \cdot 111$$

$$2^3 \cdot 5 \cdot 113 \text{ П}$$

$$2^3 \cdot 5^2 \cdot 113$$

17. при делении на -142 может получиться остаток

187

-45

56 П

-5

18. делимое 148, остаток 37, то делитель и частное соответственно

99 и 6

36 и 54

111 и 1 П

100 и 2

19. НОД чисел  $n + 1$  и  $2n + 1$

$n + 1$

$n$

$n - 1$

1 П

ДЕЗ. Числовые функции

20. пять входит в разложение  $15!$  На простые множители с показателем

6

3 П

9

26

21. разложение  $15!$  На простые числа

$$15! = 2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

$$15! = 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 13$$

$$15! = 2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13 \quad \text{П}$$

$$15! = 2^{11} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 13$$

22. число делителей 600 ( $\tau(600)$ )

$$\tau(600) = 24 \quad \text{П}$$

$$\tau(600) = 18$$

$$\tau(600) = 25$$

$$\tau(600) = 30$$

23. сумма делителей 600 ( $\tau(600)$ )

$$\tau(600) = 2000$$

$$\tau(600) = 1800$$

$$\tau(600) = 3700$$

$$\tau(600) = 1860 \quad \text{П}$$

24. делители числа 70

1, 2, 5, 7, 35, 70

1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70 П

1, 2, 5, 11, 35, 70

1, 5, 7, 10, 35

25. число натуральных чисел меньших 270 и взаимно простых с ним

92

38

56

72 П

26. целая часть числа  $-2,127$

-2

-3 П

-1

0

27. число натуральных чисел в интервале от 1 до 103, делящихся на 7

10

11

12

14 П

28. 5 содержится в числе  $\frac{30!}{15!}$  с показателем

2

3

4 П

5

### **Контрольно измерительные материалы (тесты) по модулю 2**

ДЕ1. Числовые сравнения

29. Два целых числа  $a$  и  $b$  сравнимы по модулю  $m$  тогда и только тогда, когда имеют одинаковые остатки при делении на  $m$  П  
они одного знака  
они оба составные их НОД больше единицы

30. множество классов вычетов по модулю  $m$  образуют

поле П

кольцо

кольцо без делителей нуля

векторное пространство

31. совокупность представителей из классов вычетов по модулю  $m$  образуют

приведенную систему вычетов

завершенную систему вычетов

бесконечную систему вычетов

полную систему вычетов П

32.  $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$  если

$a > 0$

$\varphi(m)$  – простое

$(a, m) = 1$  П

$a > \varphi(m)$

33. то, что выражает теорема: два целых числа  $a$  и  $b$  сравнимы по модулю  $m$  тогда и только тогда, когда они имеют одинаковые остатки при делении на  $m$



свойство  
 следствие  
 признак П  
 определение

ДЕ 2. Числовые сравнения в задачах

34. число 49 по модулю 6 сравнимо с

0

1 П

5

3

35. условие: число -352 при делении на 31 дает остаток, равный 20 записать через сравнение

$$-352 \equiv 20 \pmod{31} \quad \text{П}$$

$$-352 \equiv 31 \pmod{20}$$

$$-352 \equiv 0 \pmod{31}$$

$$31 \equiv 20 \pmod{-352}$$

36. условие: число (48-15) делится на 11 записать через сравнение

$$48 - 15 \equiv 15 \pmod{11}$$

$$48 - 15 \equiv 48 \pmod{11}$$

$$48 \equiv 15 \pmod{11} \quad \text{П}$$

$$48 - 15 \equiv 11 \pmod{15}$$

37. число  $n = 10k + 3$  через сравнение записать можно так:

$$n \equiv 3 \pmod{3k}$$

$$n \equiv 0 \pmod{10}$$

$$n \equiv 3 \pmod{10} \quad \text{П}$$

$$10k \equiv 3 \pmod{n}$$

38. число  $n$  четно, через сравнение его можно записать так:

$$n \equiv 2 \pmod{3}$$

$$n \equiv 0 \pmod{2} \quad \text{П}$$

$$n \equiv 1 \pmod{2}$$

$$n \equiv 0 \pmod{3}$$

39. полная система вычетов по модулю 7

0, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 6

0, 1, -5, 3, -3, -4, 5, 6

-7, 1, 9, 3, -3, 5, 13 П

7, 1, 2, 3, 4, 5, -2

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

40. приведенная система наименьших неотрицательных вычетов по модулю 24

1, 7, 11, 13, 17, 19, 23

1, 5, 7, 11, 13, 19, 23

1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 П

1, 5, 7, 11, 13, 17, 25, 30

41. остаток от деления числа  $7^{402}$  на 101 равен

0

100

49 П

59

42. в приведенной системе вычетов по модулю 13 содержится чисел

13

12 П

11

15

43. в приведенной системе вычетов по модулю 24 содержится чисел

24

23

12

8 П

44.  $1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + 4^{11}$  сравнима по модулю 5 с

1

2

0 П

3

45.  $\varphi(89)$  равно

29

48

88 П

89

46. число 3 по модулю 5 принадлежит показателю

1

2

3

4 П

47. последняя цифра числа  $3^{1968}$

1 П

7

3

5

48. среди чисел 78, 135, 252, 315 пары чисел сравнимых между собой по модулю 15  
 78 и 135  
 78 и 252  
 78 и 315  
 135 и 315 П

ДЕ 3. Обращение обыкновенной дроби в десятичную

49. несократимая правильная дробь  $\frac{a}{b}$  представима в виде чисто периодической

десятичной дроби, если:

$a > 10$

$b > 10$

знаменатель  $b$  взаимно прост с 10 П

числитель  $a$  взаимно прост с 10

50.  $\frac{a}{b}$  обращается в чисто периодическую десятичную дробь (она несократима,

правильная) период которой равен

$b - a$

порядку числа 10 по модулю  $b$  П

порядку числа 10 по модулю  $a$

порядку числа  $b$  по модулю  $a$

51. правильная несократимая дробь  $\frac{a}{b}$  представима в виде смешанной

периодической десятичной дроби, если:

знаменатель  $b$  не взаимно прост с 10 П

знаменатель  $b$  взаимно прост с 10

$a > 10$

$b > 10$

52. правильная несократимая дробь  $\frac{a}{b}$  представима в виде смешанной периодической

десятичной дроби и  $b = 2^\alpha \cdot 5^\beta \cdot c$ ,  $(c, 10) = 1$

число цифр вправо от запятой до 1-ого периода равно

$c \cdot \alpha$

$c \cdot \beta$

$\alpha \cdot \beta \cdot c$

наибольшему из чисел  $\alpha$  и  $\beta$  П

53. правильная несократимая дробь  $\frac{a}{b}$  представима в виде смешанной периодической десятичной дроби и  $b = 2^\alpha \cdot 5^\beta \cdot c$ ,  $(c, 10) = 1$   
 число цифр в периоде равно  
 порядку числа 10 по модулю  $c$   
 порядку числа 10 по модулю  $a$   
 порядку числа 10 по модулю  $b$   
 $b - a$

### Контрольно измерительные материалы (тесты) по модулю 3

ДЕ 1. Сравнения с неизвестной величиной

54. решить сравнение – это значит  
 найти хотя бы одно число, ему удовлетворяющее  
 найти все числа, ему удовлетворяющие  
 найти все классы вычетов по  $\text{mod } m$ , любое число из которых удовлетворяют сравнению  $\Pi$   
 найти несколько чисел, ему удовлетворяющих

55. при решении сравнений  $f(x) \equiv \varphi(x) \pmod{m}$  можно  
 обе части сравнения умножать на одно и то же число  
 обе части сравнения делить на одно и то же число  
 обе части сравнения умножать на число больше модуля  
 обе части сравнения умножать на  $l \in \mathbb{Z}$  и  $(l, m) = 1$   $\Pi$

56. сравнение  $ax \equiv b \pmod{m}$ , где  $a \not\equiv 0 \pmod{m}$  называется  
 простым  
 трехчленным  
 линейным  $\Pi$   
 квадратичным

57. единственное решение сравнение  $ax \equiv b \pmod{m}$  имеет  
 если  $a > b$   
 если  $(a, m) = d$  и  $b \nmid d$   
 если  $(a, m) = 1$   $\Pi$   
 если  $(a, m) = d$  и  $b \div d$

58. единственное решение сравнения  $ax \equiv b \pmod{m}$  можно находить по формуле

$$x \equiv \frac{a}{b} \pmod{m}$$

$$x \equiv ba^{\varphi(m)} \pmod{m}$$

$$x \equiv ab^{\varphi(m)} \pmod{m}$$

$$x \equiv ba^{\varphi(m)-1} \pmod{m}$$

59. установление: имеет решение сравнение или нет, сколько решений – это

преобразование сравнения  
 исследование сравнения  $\Pi$   
 решение сравнения  
 упрощение сравнения

60. сравнение  $ax + by = c$ , где  $a, b, c \in \mathbb{Z}; a \neq 0; b \neq 0$  называется  
 двучленным сравнением  
 определенным сравнением 1-ой степени  
 неопределенным сравнением 1-ой степени  $\Pi$   
 квадратным

61. если  $(a, b) = d$ , то уравнение  $ax + by = c$ , где  $a, b, c \in \mathbb{Z}; a \neq 0; b \neq 0$  имеет  
 целочисленное решение в том и только в том случае если

$a:d$   
 $b:d$   
 $c:d \Pi$   
 $(a+b):d$

62. сравнение  $n$  степени по простому модулю  $P$  равносильно сравнению  
 по степени не выше  $P - 1 \Pi$   
 второй степени  
 степени  $n$   
 любой степени

## ДЕ 2. Индексы по простому модулю

63. число  $a$ , взаимно простое с модулем  $m$  называют первообразным корнем по  $\text{mod } m$   
 если  
 $a$  принадлежит показателю  $\varphi(m) \Pi$   
 $a$  делится на  $m$   
 $m$  делится на  $a$   
 $a$  принадлежит любому показателю

64. система чисел  $1 = a^0, a^1, a^2, \dots, a^{\delta-1}$ , где  $\delta$  – показатель, которому принадлежит  $a$   
 по  $\text{mod } m$  обладает свойством  
 в совокупности не взаимно простые  
 ее члены сравнимы по  $\text{mod } m$   
 ее члены несравнимы по  $\text{mod } m \Pi$   
 не все различны

65. индекс произведения сравним по  $\text{mod } P-1$  (где  $P$ - простое число) с  
 с числом  $P$   
 с числом  $P-1$   
 с суммой индексов сомножителей  $\Pi$   
 с произведением индексов сомножителей

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

66. индекс единицы по модулю  $P-1$  (где  $P$  простое число) сравним с  
с  $P$   
с единицей  
с  $(P-1)$   
с нулем  $\Pi$

67. индекс основания по модулю  $(P-1)$  (где  $P$ - простое число) сравним с  
с  $P$   
с единицей  $\Pi$   
с  $(P-1)$   
с нулем

68. индекс дроби сравним по модулю  $(P-1)$  (где  $P$ - простое число)  
с нулем  
с единицей  
с разностью индексов числителя и знаменателя  $\Pi$   
с произведением индексов числителя и знаменателя

69. сравнения вида  $ax^n \equiv b \pmod{m}$ , где  $a \not\equiv 0 \pmod{m}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  называется  
определенным  
двучленным сравнением с одним неизвестным  $\Pi$   
неопределенным  
разрешенным

70. при решении сравнения  $ax^n \equiv b \pmod{P}$ , где  $P$ - простое и  $a \not\equiv 0 \pmod{P}$ ,  $n \in \mathbb{N}$   
применяют таблицы  
простых чисел  
логарифмов  
индексов  $\Pi$

ДЕ 3. Решение сравнений

71. решение уравнения

$\bar{3} \cdot \bar{x} = \bar{7}$ , где коэффициенты  $\bar{3}$  и  $\bar{7}$  суть классы целых чисел по модулю 11

$\bar{6}$   $\Pi$

$\bar{6}$  и  $\bar{2}$

$\bar{0}$  и  $\bar{1}$

$\bar{9}$

72. решением сравнения  $5x \equiv 2 \pmod{8}$  является

$x \equiv 0 \pmod{8}$

$x \equiv 2 \pmod{8}$   $\Pi$

$x \equiv 3 \pmod{8}$

$x \equiv 5 \pmod{8}$

73. сравнение  $10x \equiv 13 \pmod{23}$

имеет единственное решение П

не имеет решения

имеет восемь решений

имеет бесконечно много решений

74. сравнение  $115x \equiv 85 \pmod{355}$

имеет единственное решение

не имеет решения

имеет пять решений П

имеет два решения

75. сравнение  $13x \equiv 53 \pmod{169}$

имеет единственное решение

не имеет решения П

имеет пять решений

имеет бесконечно много решений

76. сравнение  $x^7 - 3x^6 + x^5 - x^3 + 4x^2 - 4x + 2 \equiv 0 \pmod{5}$  эквивалентно сравнению

$$x^3 - 3x + 2 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$x^2 - 5x - 2 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$x^2 - 3x + 2 \equiv 0 \pmod{5} \quad \text{П}$$

$$x^5 - x^3 + 2 \equiv 0 \pmod{5}$$

77. сравнение  $7x^4 - 9x^3 + 8x^2 + 10x - 6 \equiv 0 \pmod{11}$  заменено равносильным ему

сравнением со старшим коэффициентом, равным единице. Это:

$$x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x - 13 \equiv 0 \pmod{11}$$

$$x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 3x - 4 \equiv 0 \pmod{11} \quad \text{П}$$

$$x^4 - x \equiv 0 \pmod{11}$$

$$x^2 - 13x + 17 \equiv 0 \pmod{11}$$

78. сравнение  $13x^3 \equiv 24 \pmod{37}$  решается с применением таблицы

простых чисел

логарифмических

индексов П

кубов натуральных чисел

79. число решений сравнения  $y^{15} \equiv 6 \pmod{37}$

одно

два

три П

нет решений

80. число решений сравнения  $3x^3 \equiv 2 \pmod{37}$

одно

два

три

нет решений П

ДЕ 4. Символ Лежандра

81.  $\left(\frac{a}{p}\right)$  символ а по отношению к р определяется для всех а, делящихся на простое

число р,  $p > 2$  есть символ

Эйлера

Лежандра П

Чебышева

Гаусса

82.  $\left(\frac{a}{p}\right) = +1$  если

а – квадратичный вычет по модулю р П

а – квадратичный невычет по модулю р

$a \div p$

$(a, p) = d, d > 1$

83.  $\left(\frac{a}{p}\right) = -1$  если

а – квадратичный вычет по модулю р

а – квадратичный невычет по модулю р П

$a \div p$

$(a, p) = d, d > 1$

84. если  $a \equiv b \pmod{p}$  то символы Лежандра

$$\frac{a}{p} > \frac{b}{p}$$

$$\frac{a}{p} < \frac{b}{p}$$

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{p} \quad \text{П}$$

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{p} + (a-b)$$



85. символ Лежандра  $\left(\frac{1}{p}\right)$  равен

p

p-1

2

1 П

86. Адриан Лежандр (1752-1833)

итальянский математик

французский математик П

голландский математик

английский математик

87. задачи о простых числах p, являющихся делителями чисел вида  $x^2 - a$  решаются  
с помощью квадратных уравнений  
с помощью квадратичных вычетов П  
разложением на простые множители  
с помощью цепных дробей

88. закон взаимности нечетных простых чисел (p и q нечетные простые числа)

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2} \cdot \frac{q-1}{2}} \left(\frac{p}{q}\right) \quad \text{П}$$

$$\left(\frac{p}{q}\right) \cdot \left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^p$$

$$\left(\frac{p}{q}\right) \cdot \left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{p-q}$$

$$\left(\frac{q}{p}\right) (-1)^{\frac{p+q}{2}} \left(\frac{p}{q}\right)$$

ДЕ 5. Символ Лежандра в задачах

89. сравнение  $x^2 \equiv 2 \pmod{5}$

не имеет решений П

имеет два решения

имеет более двух решений

имеет одно решение

90. символ Лежандра  $\left(\frac{3}{11}\right)$  равен

1 П

2

3

11

91. символ Лежандра  $\left(\frac{2}{5}\right)$  равен

2

5

-1 П

1

92. сравнение  $x^2 \equiv 7 \pmod{19}$

не имеет решений

имеет два решения П

имеет три решения

имеет одно решение

93. с помощью символа Лежандра установили, что сравнение  $x^2 \equiv 22 \pmod{13}$

не имеет решений

имеет два решения П

имеет одно решение

имеет бесчисленное множество решений

94.  $\left(\frac{a}{p}\right) = +1$ , если  $x^2 \equiv a \pmod{p}$  имеет

более двух решений

два решения П

менее двух решений

не имеет решений

95.  $\left(\frac{a}{p}\right) = -1$ , если  $x^2 \equiv a \pmod{p}$

более двух решений

два решения

менее двух решений

не имеет решений П

### МОДУЛЬНО-КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

#### Модульно контрольные задания для темы 1.

##### Вариант 1.

1. Используя функцию  $E(x)$ , разложить на простые множители число  $15!$
2. Дано  $(a, b)=23$ ,  $[a, b]=2760$ . Найти  $a, b$ .

##### Вариант 2.

1. Используя функцию  $E(x)$ , разложить на простые множители число  $20!$

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

2. Дано  $(a, b)=29$ ,  $[a, b]=3480$ . Найти  $a, b$ .

Вариант 3.

- Используя функцию  $E(x)$ , разложить на простые множители число  $25!$
- Дано  $(a, b)=19$ ,  $[a, b]=1900$ . Найти  $a, b$ .

### Модульно контрольные задания для темы 2.

Вариант 1.

- Найти остаток от деления: а)  $3^{28}$  на 7;  
б)  $3^{80} + 7^{80}$  на 11.
- Найти последние две цифры числа  $2^{100}$ .

Вариант 2.

- Найти остаток от деления: а)  $3^{78}$  на 11;  
б)  $3^{100} + 5^{100}$  на 7.
- Найти последние две цифры числа  $3^{100}$ .

Вариант 3.

- Найти остаток от деления: а)  $3^{68}$  на 13;  
б)  $2^{100} + 3^{100}$  на 5.
- Найти последние две цифры числа  $7^{100}$ .

### Модульно контрольные задания для темы 3.

Вариант 1.

- Решить сравнения:
  - $15x \equiv 11 \pmod{41}$ ;
  - $60x \equiv 13 \pmod{144}$ ;
  - $37x^8 \equiv 59 \pmod{61}$ ;

Вариант 2.

- Решить сравнения:
  - $95x \equiv 59 \pmod{308}$ ;
  - $285x \equiv 5 \pmod{924}$ ;
  - $15x^4 \equiv 26 \pmod{29}$ ;

Вариант 3.

1. Решить сравнения:
  - a)  $143x \equiv 41 \pmod{221}$ ;
  - b)  $20x \equiv 10 \pmod{25}$ ;
  - c)  $39x^{21} \equiv 53 \pmod{73}$ ;

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ТЕМАМ

## Тема 1

- Докажите, что отношение делимости в кольце  $Z$  транзитивно.
- Докажите, что частное и остаток при делении  $a \in Z$  на  $b \in Z$ ,  $b \neq 0$  существуют, причем  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < |b|$  и определены единственным образом.
- Доказать, что НОД двух чисел  $a$  и  $b$  есть последний, отличный от нуля остаток при делении  $a$  на  $b$  ( $b \neq 0$ ).
- Докажите, что НОД чисел  $a$  и  $b$  линейно выражается через сами эти числа.
- Докажите, что если  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < |b|$ , то НОД чисел  $a$  и  $b$  совпадает с НОД чисел  $b$  и  $r$ .
- Докажите, что НОК чисел  $a$  и  $b$  выражается формулой  $[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$
- Докажите, что натуральное число  $a$  и простое число  $p$  либо взаимно простые, либо  $a$  делится на  $p$ .
- Доказать, что НОК попарно взаимно простых чисел равно их произведению.
- Докажите основную теорему арифметики.
- Выведите формулу для числа делителей данного числа.
- Выведите формулу суммы делителей данного числа.
- Докажите теорему Евклида о бесконечности простых чисел в натуральном ряду.
- Докажите теорему Дирихле для частного случая: простых чисел вида  $4n + 1$  существует бесконечно много.

## Тема 2

- Докажите, что отношение сравнимости по  $\text{mod } m$  в  $Z$  есть отношение эквивалентности.
- Докажите, что условием необходимым и достаточным сравнимости по  $\text{mod } m$  двух чисел является равенство их остатков при делении на  $m$ .
- Докажите свойство сравнимости, которое применяется для выводов некоторых признаков делимости.
- Выведите признак делимости на 2.
- Выведите признак делимости на 3.
- Выведите признак делимости на 5.
- Докажите свойства полной системы вычетов по данному модулю.
- Докажите свойства приведенной системы вычетов по данному модулю.
- Докажите теорему Эйлера.
- Докажите теорему Ферма.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

- Докажите, что множество классов вычетов по данному модулю образуют кольцо.

### Тема 3

- Докажите, что если целое число  $c$  удовлетворяет сравнению  $f(x) \equiv g(x) \pmod{m}$ , то и  $c_1$  такое, что  $c \equiv c_1 \pmod{m}$ , удовлетворяет тому же сравнению.
- Докажите, что умножение обеих частей сравнения  $f(x) \equiv 0 \pmod{m}$  на число взаимно простое с модулем, не нарушает равносильности.
- Сформулируйте и докажите теорему о единственности решения линейного сравнения  $ax \equiv v \pmod{m}$
- Докажите, что отсутствует решение в сравнении  $ax \equiv v \pmod{m}$ , если  $(a, m) = d$  и  $v$  на  $d$  не делится.
- Докажите, что если  $(a, m) = d > 1$  и  $d$  делит  $v$ , то  $ax \equiv v \pmod{m}$  имеет  $d$  решений.
- Докажите, что в системе чисел  $a^0, a^1, \dots, a^{\delta-1}$ , где  $\delta$  - показатель, которому принадлежит  $a$  по  $\pmod{m}$ , все ее члены попарно несравнимы по  $\pmod{m}$ .
- Докажите свойство  $\text{ind}_g a \cdot v \equiv \text{ind}_g a + \text{ind}_g v \pmod{p-1}$ , где  $p$  первообразный корень по простому модулю  $p$ .
- Докажите, что сравнение  $x^2 \equiv a \pmod{p}$ , где  $(a, p) = 1$  и  $a$  - квадратичный вычет, имеет два решения.
- Докажите, что рациональное число  $\frac{a}{v}$  представимо в виде чисто периодической десятичной дроби, если  $(v, 10) = 1$ .
- Докажите, что при обращении рационального числа  $\frac{a}{v}$  в смешанную десятичную периодическую дробь длина периода есть порядок числа 10 по  $\pmod{v_1}$ , где  $v = 2^\alpha \cdot 5^\beta \cdot v_1$ .
- Обоснуйте, что в случае разрешимости системы сравнений первой степени с модулями попарно взаимно простыми решением будет класс вычетов по модулю, равному произведению модулей всех исходных сравнений.

### ВОПРОСЫ КОНТРОЛЬНО-СРЕЗОВЫХ РАБОТ

#### Вариант №1

1. Найти целое решение уравнения  $31x + 22y = 1$
2. Разрешимо ли сравнение  $x^2 \equiv -1 \pmod{433}$ ?
3. Найти НОД и НОК чисел 12870 и 147220, используя разложение на простые множители.

4. Решить систему: 
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{4} \\ x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 8 \pmod{7} \end{cases}$$

5. Определить символ Лежандра  $\left(\frac{230}{457}\right)$

## Вариант №2

1. Найти целое решение уравнения  $65x + 44y = 1$
2. Разрешимо ли сравнение  $x^2 \equiv -1 \pmod{587}$ ?
3. Найти НОД и НОК чисел 41382 и 129591, используя разложение на простые множители.

4. Решить систему: 
$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{4} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 4 \pmod{7} \end{cases}$$

5. Определить символ Лежандра  $\left(\frac{297}{349}\right)$

6.

## Вариант №3

1. Найти целое решение уравнения  $23x + 47y = 1$
2. Разрешимо ли сравнение  $x^2 \equiv 2 \pmod{1709}$ ?
3. Найти НОД и НОК чисел 24700 и 192423, используя разложение на простые множители.

4. Решить систему: 
$$\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{4} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \\ x \equiv 4 \pmod{7} \end{cases}$$

5. Определить символ Лежандра  $\left(\frac{157}{419}\right)$

Для самостоятельной оценки результативности самостоятельной и аудиторной работы предназначены контрольные вопросы к главам:

XII Теория делимости в кольце целых чисел

XIII Теория сравнений;

XIV Диофантовы уравнения

учебного пособия

Горюшкин А.П. Краткий курс алгебры и теории чисел, часть 2 / Изд-во Камч. гос. пед. ин-та – Петропавловск-Камч.: 2000.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
<i>Рабочая программа дисциплины Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

#### 7. Примерная тематика контрольных работ

Контрольные работы учебным планом не предусмотрены

## 8. Перечень вопросов на экзамен

**8. 1. Вопросы для экзамена**

- Докажите, что отношение делимости в кольце  $Z$  изоморфно отношению включения для идеалов в  $Z$ .
- Докажите, что частное и остаток при делении  $a \in Z$  на  $b \in Z$ ,  $b \neq 0$  существуют, причем  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < |b|$  и определены единственным образом.
- Докажите, что НОД двух чисел  $a$  и  $b$  есть последний, отличный от нуля остаток при делении  $a$  на  $b$  ( $b \neq 0$ ).
- Докажите, что НОД чисел  $a$  и  $b$  линейно выражается через сами эти числа.
- Докажите, что если  $a = bq + r$ ,  $0 \leq r < |b|$ , то НОД чисел  $a$  и  $b$  совпадает с НОД чисел  $b$  и  $r$ .
- Докажите, что НОК чисел  $a$  и  $b$  выражается формулой  $[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$
- Докажите, что натуральное число  $a$  и простое число  $p$  либо взаимно простые, либо  $a$  делится на  $p$ .
- Доказать, что НОК попарно взаимно простых чисел равно их произведению.
- Докажите основную теорему арифметики.
- Выведите формулу для числа делителей данного числа.
- Выведите формулу суммы делителей данного числа.
- Докажите теорему Евклида о бесконечности простых чисел в натуральном ряду.
- Докажите теорему Дирихле для частного случая: простых чисел вида  $4n + 1$  существует бесконечно много.
- Докажите, что отношение сравнимости по  $\text{mod } m$  в  $Z$  есть отношение эквивалентности.
- Докажите, что условием необходимым и достаточным сравнимости по  $\text{mod } m$  двух чисел является равенство их остатков при делении на  $m$ .
- Докажите свойство сравнимости, которое применяется для выводов некоторых признаков делимости.
- Выведите признак делимости на 3.
- Выведите признак делимости на 9.
- Выведите признак делимости на 11.
- Выведите признак делимости на 7.
- Докажите свойства полной системы вычетов по данному модулю.
- Докажите свойства приведенной системы вычетов по данному модулю.
- Докажите теорему Эйлера.
- Докажите теорему Ферма.
- Докажите, что множество классов вычетов по данному модулю образуют кольцо.
- Докажите, что если целое число  $c$  удовлетворяет сравнению  $f(x) \equiv g(x) \pmod{m}$ , то и  $c_1$  такое, что  $c \equiv c_1 \pmod{m}$ , удовлетворяет тому же сравнению.



- Докажите, что умножение обеих частей сравнения  $f(x) \equiv 0 \pmod{m}$  на число взаимно простое с модулем, не нарушает равносильности.
- Сформулируйте и докажите теорему о единственности решения линейного сравнения  $ax \equiv b \pmod{m}$
- Докажите, что отсутствует решение в сравнении  $ax \equiv b \pmod{m}$ , если  $(a, m) = d$  и  $b$  на  $d$  не делится.
- Докажите, что если  $(a, m) = d > 1$  и  $d$  делит  $b$ , то  $ax \equiv b \pmod{m}$  имеет  $d$  решений.
- Докажите, что в системе чисел  $a^0, a^1, \dots, a^{\delta-1}$ , где  $\delta$  - показатель, которому принадлежит  $a$  по  $\pmod{m}$ , все ее члены попарно несравнимы по  $\pmod{m}$ .
- Докажите свойство  $\text{ind}_g a \cdot b \equiv \text{ind}_g a + \text{ind}_g b \pmod{p-1}$ , где  $p$  первообразный корень по простому модулю  $p$ .
- Докажите, что сравнение  $x^2 \equiv a \pmod{p}$ , где  $(a, p) = 1$  и  $a$  - квадратичный вычет, имеет два решения.
- Докажите, что рациональное число  $\frac{a}{b}$  представимо в виде чисто периодической десятичной дроби, если  $(b, 10) = 1$ .
- Докажите, что при обращении рационального числа  $\frac{a}{b}$  в смешанную десятичную периодическую дробь длина периода есть порядок числа 10 по  $\pmod{b_1}$ , где  $b = 2^\alpha \cdot 5^\beta \cdot b_1$ .
- Обоснуйте, что в случае разрешимости системы сравнений первой степени с модулями попарно взаимно простыми решением будет класс вычетов по модулю, равному произведению модулей всех исходных сравнений.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

### 9.1. Основная учебная литература:

1. Балюкевич, Э. Л. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Э. Л. Балюкевич, З. В. Алферова, А. Н. Романников. — Москва : Евразийский открытый институт, 2011. — 278 с. — ISBN 978-5-374-00535-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/10599.html> (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Веселова, Л. В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Л. В. Веселова, О. Е. Тихонов. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. — 107 с. — ISBN 978-5-7882-1636-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/61956.html> (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### 9.2. Дополнительная учебная литература:

1. Веретенников, Б. М. Алгебра и теория чисел. Часть 1 : учебное пособие / Б. М. Веретенников, М. М. Михалева ; под редакцией Н. В. Чуксина. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 52 с. — ISBN 978-5-7996-1193-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/66141.html> (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Г. А. Сикорская. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 304 с. — ISBN 978-5-7410-1943-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/78763.html> (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Веретенников, Б. М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие для СПО / Б. М. Веретенников, М. М. Михалева ; под редакцией Н. В. Чукиной. — 2-е изд. — Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. — 49 с. — ISBN 978-5-4488-0405-2, 978-5-7996-2856-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/87784.html> (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Сикорская, Г. А. Алгебра и теория чисел : учебное пособие для СПО / Г. А. Сикорская. — Саратов : Профобразование, 2020. — 303 с. — ISBN 978-5-4488-0612-4. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91847.html> (дата обращения: 10.10.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### 9.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:

1. Базовые федеральные образовательные порталы . < [http://www.edu.ru/db/portal/sites/portal\\_page.htm](http://www.edu.ru/db/portal/sites/portal_page.htm) >.
2. Государственная публичная научно - техническая библиотека . < [www.gpntb.ru/](http://www.gpntb.ru/) >.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

3. Информационно - коммуникационные технологии в образовании . Система федеральных образовательных порталов . < <http://www.ict.edu.ru/> >.
4. Национальная электронная библиотека . < [www.nns.ru/](http://www.nns.ru/) >..
5. Поисковая система « Апорт » . < [www.aport.ru/](http://www.aport.ru/) >.
6. Поисковая система « Рамблер » . < [www.rambler.ru/](http://www.rambler.ru/) >.
7. < [www.yahoo.com/](http://www.yahoo.com/) >. Поисковая система «Yahoo».
8. < [www.yandex.ru/](http://www.yandex.ru/) >. Поисковая система «Яндекс».
9. Российская государственная библиотека . < [www.rsl.ru/](http://www.rsl.ru/) >.
10. Российская национальная библиотека . < [www.nlr.ru/](http://www.nlr.ru/) >.

#### **9.4. Информационные технологии:**

*Учебно-методическое, материально-техническое и информационное обеспечение дисциплины:* электронная библиотека [www.ibooks.ru](http://www.ibooks.ru),

электронные учебники,

учебная обязательная и дополнительная литература,

учебно-методический комплекс по дисциплине,

локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием

Лицензионный пакет математических символьных вычислений *MAPLE*

Использование слайд-презентаций при проведении лекций и отдельных семинаров.

Консультация, проверка проблемных вопросов посредством электронной почты.

Участие в Интернет-экзамене в сфере профессионального обучения (ФЭПО).

9.4. Информационные технологии. В рамках изучения дисциплины задействована электронная информационно-образовательная среда вуза: в локальной сети размещены материалы по дисциплине (планы семинарских и практических занятий, памятки психолога с возрастными нормами, задания для самостоятельной работы, вопросы к зачету и экзамену, электронные учебники и др.). На аудиторных занятиях применяются мультимедийные презентации.

#### **10.Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента**

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

#### **Текущий контроль**

Уровень	Уровень освоения	Форма текущего контроля
---------	------------------	-------------------------

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

освоения компетенции	дисциплины (оценка)	Устный опрос (сообщение, доклад, реферат, домашняя работа и др.)	Письменный опрос (решение (составление) задач, тестов, оформление проектов документов и пр.)	Лабораторная работа
		Универсальные критерии оценивания		
Высокий	Отлично	Продemonстрированы глубокие знания программного материала, а также сформированность всех дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стил ь изложения научный. Применение умений и навыков уверенное.	Верно решено (выполнено) от 91 до 100 % заданий (задач)	Все задания выполнены верно, оформление работы соответствует требованиям, студентом дан четкий безошибочный ответ на все поставленные вопросы.
Базовый	Хорошо	Продemonстрированы глубокие знания программного материала, а также успешная сформированность дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стил ь изложения научный. Вместе с тем, студентом допущены ошибки, имеет место пробелы в умениях и навыках.	Верно решено (выполнено) от 76 до 90 % заданий (задач)	Все задания выполнены верно, оформление работы соответствует требованиям, студент ответил на поставленные вопросы с замечаниями.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

Пороговый	Удовлетворительно	Продемонстрированы не достаточные знания программного материала, имеются затруднения в понимании сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Сформированы дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки порогового уровня.	Верно решено (выполнено) от 50 до 75 % заданий (задач)	Все задания выполнены с замечаниями; оформление работы имеет замечания, студент ответил на поставленные вопросы с замечаниями
Компетенции не сформированы	Неудовлетворительно	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки не сформированы (теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют) // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.	Верно решено (выполнено) менее 50 % заданий (задач)	Задания выполнены неправильно (не выполнены), оформление работы имеет замечания, студент ответил на поставленные вопросы с ошибками или не ответил на поставленные вопросы.

### Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения дисциплины (оценка)	Форма промежуточной аттестации			
		Зачет	Дифференцированный зачет	<u>Экзамен</u>	Защита курсовой работы
		Универсальные критерии оценивания			
Высокий	зачтено // отлично	Продемонстрированы глубокие	знания	Продемонстрировано всестороннее	и глубокое

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

		программного материала, а также сформированность всех дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Применение умений и навыков уверенное.	освещение избранной темы (проблематики), а также умение работать с источниками, делать теоретические и практические выводы. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения научный с использованием терминологии.
Базовый	зачтено // хорошо	Продемонстрированы глубокие знания программного материала, а также успешная сформированность дескрипторов компетенции: знаний, умений, навыков. Ответы логически последовательны, содержательны. Стиль изложения научный. Вместе с тем, студентом допущены ошибки, имеет место пробелы в умениях и навыках.	Продемонстрировано глубокое освещение избранной темы (проблематики), а также умение работать с источниками, делать теоретические и практические выводы. Ответ логически последователен, содержателен. Стиль изложения научный с использованием терминологии. Вместе с тем, студентом допущены ошибки.
Пороговый	зачтено // удовлетворительно	Продемонстрированы не достаточные знания программного материала, имеются затруднения в понимании сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений. Сформированы дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки порогового уровня.	Продемонстрировано в основном владение материалом, а также умение работать с источниками, делать выводы. Вместе с тем, недостаточно четко отражены результаты исследования, студентом допущены ошибки.
Компетенции и не сформированы	не зачтено // неудовлетворительно	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Дескрипторы компетенции: знания, умения, навыки не сформированы (теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют) // Либо ответ на	Ответ фрагментарен, нелогичен. Студент не осознает связь обсуждаемого вопроса (проблематики исследования) с другими вопросами дисциплины. Терминология не используется. Теоретические знания разрознены, умения и навыки отсутствуют // Либо ответ на вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2019
Рабочая программа дисциплины <i>Б1.В.22 «Теория чисел» 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)», профили подготовки «Начальное образование» и «Математика»</i>	

		вопрос полностью отсутствует или студент отказывается от ответа.	
--	--	--	--

### **11. Материально-техническая база**

*Используемые инструментальные и программные средства.* Программное обеспечение: библиотека, электронная библиотека, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием. В рамках изучения дисциплины применяется доска, мультимедийный проектор для демонстрации презентаций и видеоматериалов.