Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Меркулов Евгений Сергеевич
Должность: И.о ректора
Дата подписания: 31.03.2022 11:28:10
Уникальный программный ключ:
39428e82d614a3cd984f917b018f0fd2c07182daabc77db685db2d16370f6e7c

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

Б1.О.23Векторный анализ

Направление подготовки (специальность): 01.03.02Направление подготовки «Прикладная математика и информатика»

Профиль подготовки: общий

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Курс2 **Семестр**4

Экзамен: 4 семестр

Курсовая работа: 4 семестр

Год набора 2021

Петропавловск-Камчатский 2021г.

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки (специальности) 01.03.02Направление подготовки "Прикладная математика и информатика", утвержден Приказом Минобрнауки России от 10.01.2018 № 9.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является углубленное знакомство с операторами векторного анализа для скалярных и векторных полей.

Задачи освоения дисциплины: вычисление градиента, ротора, дивергенции солоноидальных и полоидальных полей в инвариантной форме, выделение физического смысла дифференциальных операторов, применение в прикладных задачах.

2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Б1.ОБазовые дисциплины (обязательная часть). Знания, полученные по данной дисциплине, могут быть использованы при выполнении курсовых и квалификационных работ, написании статей в ведущие журналы. Предполагается, что до начала изучения этой дисциплины студент должен уметь использовать стандартные средства дифференциального и интегрального исчисления.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО (ФГОС СПО) по данному направлению подготовки (специальности):

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. ОПК-1.2. Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности. ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе полученных теоретических знаний.
	ОПК-2. Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и	ОПК-2.1. Знает базовые математические методы решения прикладных задач. ОПК-2.2. Умеет адаптировать существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи. ОПК-2.3. Имеет опыт решения прикладных задач с использованием математических методов и систем программирования.

	системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	
	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности. ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности.

4. Содержание дисциплины

ДЕ 1. Векторный анализ и приложения к дифференциальной геометрии

Поверхностные интегралы I рода. Теорема существования поверхностного интеграла I рода. Выражение через двойной интеграл. Двусторонние и односторонние поверхности. Сторона поверхности. Поверхностные интегралы II рода. Связь между поверхностными интегралами I и II рода. Формула Остроградского. Формула Стокса. Приложения поверхностного интеграла. Свойства и физический смысл криволинейного интеграла.

ДЕ 2. Скалярные поля

Скалярные поля, определение. Поверхности и линии уровня. Симметрии скалярного поля. Производная скалярного поля. Производной скалярного поля по направлению. Оператор Гамильтона. Градиент скалярного поля. Изотермическими поверхностями поля температур, эквипотенциальными поверхности электростатического поля.

ДЕ 3. Векторные поля

Векторные поля. Основные понятия векторного поля. Векторные линии и трубки. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция и поток векторного поля в цилиндрических и сферических координатах. Ротор векторного поля. Линейный интеграл и циркуляция векторного поля. Векторная форма теоремы Стокса. Потенциальное, соленоидальное поля. Лапласово поле. Оператор Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка.

ДЕ 4. Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах

Криволинейные системы координат. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах. Скалярное поле в цилиндрических и сферических координатах. Ротор и линейный интеграл векторного поля в цилиндрических и сферических координатах. Дифференциальные операторы в криволинейных координатах.

5. Тематическое планирование

Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Векторный анализ	26	38	0	116	180
	Всего	26	38	0	116	180

Тематический план
Модуль 1

№ темы	Тема	Кол-во часов	Компетенции по теме
	Лекции		
1	Векторные функции скалярного и векторного аргумента. Непрерывность. Предел.	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	Поверхностные интегралы I и II рода	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Формулы Остроградского и Стокса.	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Скалярные поля, линии уровня	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
5	Производная по направлению и градиент скалярного поля	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
6	Векторные поля. Векторные линии и трубки	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
7	Поток и дивергенция векторного поля	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
8	Ротор и циркуляция векторного поля	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
9	Теорема Стокса	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
10	Операторы Гамильтона и Лапласа	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
11	Основные операции векторного анализа в криволинейных координатах	6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
	Практические занятия (семинары)		
1	Скалярные поля. Поверхности уровней скалярных полей	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	Линии уровня плоских полей	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Сферические скалярные поля.	6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Векторные поля. Векторные линии и векторные трубки. Интегрирование в векторных полях.	6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3

5	Дифференцирование в скалярных полях.	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
6	Дивергенция векторного поля. Соленоидальные векторные поля.	6	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
7	Ротор векторного поля. Потенциальные векторные поля.	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
8	Векторный и скалярный потенциалы.	4	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
9	Контрольная работа.	2	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
	Самостоятельная работа		
1	Векторная функция скалярного аргумента	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
2	Производная векторной функции скалярного аргумента	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
3	Интегрирование векторной функции скалярного аргумента	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
4	Скалярные поля	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
5	Векторные поля	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
6	Поток вектороного поля	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
7	Дивергенция	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
8	Циркуляция векторного поля	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
9	Операторы Гамильтона и Лапласа	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
10	Написание курсовой работы	16	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3
11	Подготовка к экзамену	10	ОПК-1, ОПК-2, ОПК-3

6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам семинарских занятий, выполнение практических заданий *(при наличии)*.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- изучение литературы; осмысление изучаемой литературы;
- работа в информационно-справочных системах;
- аналитическая обработка текста (конспектирование, реферирование);
- составление плана и тезисов ответа в процессе подготовки к занятию;
- решение задач;
- подготовка сообщений по вопросам семинарских занятий.

6.1. Планы семинарских (практических, лабораторных) занятий

В предлагаемом руководстве приводится содержание аудиторных занятий и заданий для самостоятельной работы.

Тема 1. Скалярные поля. Поверхности уровней скалярных полей (2 пары).

<u>Вопросы для самоконтроля</u>

1. Что называется полем?
2. Какое поле называется скалярным?
3. Как задается скалярное поле обычно и в декартовых координатах?
4. Что служит геометрической характеристикой скалярного поля?
5. Чем отличаются нестационарное и стационарное поля?
6. Что выполняет команда implicitplot3d?
7. Для чего необходима функция display?

- *Заданиедля работы в аудитории*: построить поверхности уровня скалярного поля $u = \arcsin \dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

- *Заданиедля самостоятельно работы*: построить поверхности уровня для скалярного поля, заданного уравнением:

Вариант №1. $u = x^2 + y^2 - z^2$.

Вариант №2. $u = x + 2y - 3z$.

Вариант №3. $u = e^{(a,r)}$, где a – постоянный вектор, r – радиус-вектор точки.

Вариант №4. $u = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{16}$.

Вариант №5. $u = x^2 + y^2 - z$.

Вариант №6. $u = \dfrac{x^2 + y^2}{z}$.

Вариант №7. $u = 2y^2 + 9z^2$.

Вариант №8. $u = 3^{x+2y-z}$.

Вариант №9. $u = \ln|r|$.

Вариант №10. $u = e^{(a,b,r)}$, где a, b – постоянный вектор, r – радиус-вектор точки.

Тема 2. Линии уровня плоских полей.

<u>Вопросы для самоконтроля</u>

1. Какое поле называется скалярным?
2. Какое поле называется плоским?
3. Что является геометрической характеристикой плоского поля?
4. Что выполняет команда implicitplot?

- *Заданиедля работы в аудитории*: построить линии уровня следующего плоского скалярного поля $u = \sin^2 x - 3\cos xy$.

- *Заданиедля самостоятельно работы*: для следующих плоских скалярных полей построить линии уровня.

Вариант №1. $u = 2x - y$.

Вариант №2. $u = \ln\sqrt{\dfrac{y}{2x}}$.

Вариант №3. $u = \dfrac{y^2}{x}$.

Вариант №4. $u = e^{x^2 - y^2}$.

Вариант №5. $u = r_1 + r_2$, где r_1, r_2 – расстояния от точки P (x,y) до точек F_1 и F_2 плоскости.
Вариант №6. $u = x - y$.
Вариант №7. $u = x$.
Вариант №8. $u = x^2 + y^2$.
Вариант №9. $u = 2x^2 + y$.
Вариант №10. $u = 2x - 1$.

Тема 3. Сферические скалярные поля (3 пары).
Вопросы для самоконтроля
1. Какое поле называется сферическим?
2. Что является поверхностью уровня сферического поля?
3. Каким уравнением задается поле напряженности поля тяготения?
4. Что выполняет команда implicitplot3d?

- *Заданиедля работы в аудитории*: Задание: построить поверхности уровня потенциального поля тяготения, порожденных:
1. Одной точкой с m_0=4 с координатами (-1,2,1).
2. Несколькими точками с массами m_1=2, m_2=4, m_3=7 и координатами A_1(-1, 2, 3), A_2(0, -2 –3), A_3(1, 0, 0).

- *Заданиедля самостоятельно работы*: построить поверхности уровня для следующих полей тяготения, порожденных точками с заданными массой m_0 и координатами.
Вариант №1. A (1,3,-2), B (4,-1,2), C (-2,4,0), m_A=3, m_B=1, m_C=2.
Вариант №2. A (0,-1,0), B (1,1,2), C (-2,0,0), m_A=4, m_B=0, m_C=1.
Вариант №3. A (1,1,1), B (2,-1,0), C (-2,3,1), m_A=2, m_B=1, m_C=1.
Вариант №4. A (2,3,0), B (3,1,2), C (1,1,0), m_A=3, m_B=2, m_C=5.
Вариант №5. A (3,3,2), B (0,-1,-2), C (-2,1,0), m_A=1, m_B=1, m_C=1.
Вариант №6. A (2,3,2), B (0,1,2), C (2,1,0), m_A=0, m_B=1, m_C=4.
Вариант №7. A (1,1,-2), B (1,-1,1), C (0,1,0), m_A=4, m_B=1, m_C=0.
Вариант №8. A (2,3,2), B (2,4,2), C (1,3,0), m_A=2, m_B=1, m_C=1.
Вариант №9. A (3,3,1), B (0,0,2), C (2,3,0), m_A=1, m_B=1, m_C=0.
Вариант №10. A (0,3,-2), B (4,0,2), C (2,3,0), m_A=2, m_B=4, m_C=2.

Тема 4. Векторные поля. Векторные линии и векторные трубки. Интегрирование в векторных полях (3 пары).
Вопросы для самоконтроля
1. Какое поле называется векторным?
2. Что такое векторные линии, векторные трубки?
3. Какими уравнениями в общем виде задаются векторные линии?
4. Чему равны коэффициенты Ламэ?
5. Вид уравнений векторных линий в криволинейных системах координат?
6. Что такое линейный интеграл векторного поля? Его уравнение в общем виде и в криволинейных координатах.
7. Что такое циркуляция векторного поля? Ее уравнение в общем виде и в криволинейных координатах.
8. Что выполняет команда implicitplot?

- *Заданиедля работы в аудитории*:

1. Построить векторные линии векторного поля $\vec{a} = (x^2+1)\vec{i} + 0.1(3x + y^2 - z)\vec{j} + 0.1(2x - 6y + z)\vec{k}$, проходящие через точки A(0, 1, –2), B(-1, 3, 0), C(0, 3, -2).
2. Вычислить циркуляцию векторного поля по окружности радиуса 1.
3. Вычислить линейный интеграл векторного поля вдоль дуги L винтовой линии $x = R\cos t,\ y = R\sin t,\ z = \dfrac{t}{2\pi}$ от точки A пересечения линии с плоскостью z=0 до точки B пересечения с плоскостью z=1.

- *Заданиедля самостоятельно работы*:

Задание 1: для следующих векторных полей построить векторные линии, проходящие через заданные точки.

Вариант №1. $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, A(1,2,3), B(-1,0,1), C(0,0,1).

Вариант №2. $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}$, A(0,0,1), B(-2,3,1), C(2,1,0).

Вариант №3. $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, A(0,-5,3), B(-2,2,1), C(1,1,0).

Вариант №4. $\vec{a} = x^2\vec{i} - y^3\vec{j} + z^2\vec{k}$, A(-2,1,1), B(-1,-1,2), C(0,-1,2).

Вариант №5. $\vec{a} = (z-y)\vec{i} + (x-z)\vec{j} + (y-x)\vec{k}$, A(-2,1,0), B(-1,1,0), C(0,1,3).

Вариант №6. $\vec{a} = x\vec{i} + 2y\vec{j}$, A(-1,1,1), B(0,0,2), C(0,-1,2).

Вариант №7. $\vec{a} = 2z\vec{j} + 4y\vec{k}$, A(-1,-2,0), B(5,2,0), C(0,5,-1).

Вариант №8. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j}$, A(2,1,1), B(3,2,1), C(0,-1,2).

Вариант №9. $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j}$, A(-1,0,2), B(3,2,0), C(-1,0,1).

Вариант №10. $\vec{a} = z\vec{i} - y\vec{k}$, A(1,1,1), B(-1,0,2), C(2,2,0).

Задание 2: вычислить циркуляцию вдоль заданной замкнутой линии.

Вариант №1. $\vec{a} = -y^3\vec{i} + x^3\vec{j}$ вдоль эллипса $L: \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Вариант №2. $\vec{a} = ye^{xy}\vec{i} + xe^{xy}\vec{j} + xyz\vec{k}$ вдоль линии L, получаемой пересечением конуса $x^2 + y^2 = (z-1)^2$ с координатными плоскостями.

Вариант №3. $\vec{a} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ вдоль линии $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$.

Вариант №4. $\vec{a} = (xz + y)\vec{i} + (yz - x)\vec{j} - (x^2 + y^2)\vec{k}$ вдоль линии $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 3 \end{cases}$.

Вариант №5. $\vec{a} = y^2\vec{i} + z^2\vec{j} + x^2\vec{k}$ вдоль линии $L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 = Rx \ \ (z \ge 0) \end{cases}$.

Вариант №6. $\vec{a} = (2x + z)\vec{i} + (2y - z)\vec{j} + xyz\vec{k}$ вдоль линии пересечения параболоида вращения $x^2 + y^2 = 1 - z$ с координатными плоскостями.

Вариант №7. $\vec{a} = x\vec{j} + (y+z)\vec{k}(z-y)\vec{k}$ вдоль линии $x^2 + y^2 = 9$.

Вариант №8. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j}$ вдоль линии $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$.

Вариант №9. $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j}$ вдоль линии $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 16$

Вариант №10. $\vec{a} = z\vec{i} - y\vec{k}$ вдоль винтовой линии $x = R\cos t,\ y = R\sin t,\ z = \dfrac{t}{2\pi}$ приt, изменяющемся от 0 до $\dfrac{3\pi}{2}$.

Задание 3: вычислить линейный интеграл вдоль заданного участка линии.

Вариант №1. $\vec{a} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ вдоль прямой АВ в направлении от точки А к точке В, где точка А – точка пересечения винтовой линии $x = R\cos t,\ y = R\sin t,\ z = \dfrac{t}{2\pi}$ с плоскостью z=0 , точка В – точка пересечения этой линии с плоскостью z=1.

Вариант №2. $\vec{a} = \dfrac{y^2\vec{i} - x^2\vec{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ вдоль полуокружности $x = R\cos t, y = R\sin t\ \ (0 \le t \le \pi)$.

Вариант №3. $\vec{a} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}$ вдоль линии $y = |x|$ от точки (-1,1) до точки (2,2).

Вариант №4. $\vec{a} = (x^2 - 2xy)\vec{i} + (y^2 - 2xy)\vec{j}$ вдоль параболы $y = x^2$ от точки (-1,1) до точки (1,1).

Вариант №5. $\vec{a} = \dfrac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - x - y + 2z}}$ вдоль отрезка прямой от точки (1,1,1) до точки (4,4,4).

Вариант №6. $\vec{a} = (x^2 - 2xy)\vec{i} + (y^2 - 2xy)\vec{j}$ вдоль отрезка прямой, соединяющей точки (-1,1) и (1,1).

Вариант №7. $\vec{a} = (y^2 - z^2)\vec{i} + 2yz\vec{j} - x^2\vec{k}$ вдоль линии $L: \begin{cases} x = t \\ y = t^2\ \ (0 \le t \le 1) \\ z = t^3 \end{cases}$ в направлении возрастания параметра t.

Вариант №8. $\vec{a} = y\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$ вдоль витка винтовой линии $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = a\sin t\ \ (0 \le t < 2\pi) \\ z = bt \end{cases}$ в направлении возрастания параметра t.

Вариант №9. $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j}$ вдоль линии $x = R\cos t, y = R\sin t\ \ (0 \le t \le \pi)$.

Вариант №10. $\vec{a} = z\vec{i} - y\vec{k}$ вдоль параболы $y = x^2$ от точки (-2,4) до точки (3,9).

Тема 5Дифференцирование в скалярных полях (2 пары).

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение производной по направлению.
2. Как обозначается производная по направлению? По какой формуле она вычисляется?
3. По какой формуле вычисляется производная по направлению в декартовых координатах?
4. Дайте определение градиента скалярного поля.
5. Запишите его обозначение и вычисление (общее и в декартовых координатах).
6. Перечислите свойства градиента.
7. Чему равны коэффициенты Ламэ?
8. Какие величины являются осями сферической и цилиндрической системы координат?

9. Что выполняет команда implicitplot?
10. Для чего нужна функция gradplot?
11. Для чего служит функция eval?
12. Что обозначается знаком %?

- *Заданиедля работы в аудитории*: Задание: Просчитать координаты градиента поля $u = \sin\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}} + \cos\frac{zx}{y}$, построить поле u и градиент поля. Просчитать производную по направлению.
- *Заданиедля самостоятельно работы*: для следующих скалярных полей посчитать градиент и производную по направлению в точках М, построить поверхности уровня и градиент скалярного поля.

Вариант №1. $u = 2x - y + 4z$, М (1,3,-1).

Вариант №2. $u = \ln\sqrt{\frac{y+z}{2x}}$, М(1,1,1).

Вариант №3. $u = \frac{y^2+z^2}{x}$, М (0,0,-2).

Вариант №4. $u = ze^{x^2+y^2+z^2}$, М (0,0,0).

Вариант №5. $u = (a,b,r)$, где a, b – постоянные вектора, r – радиус-вектор точки; М (-1, 2,1).

Вариант №6. $u = x - y$, М (-1,-1,1).

Вариант №7. $u = x$, М (0, -1,1).

Вариант №8. $u = \ln(x^2+y^2+z^2)$, М (1,1,-1).

Вариант №9. $u = 2x^2 + y + z$, М (1,1,1).

Вариант №10. $u = 2x - 1$, М (0,0,-2).

Тема 6. Дивергенция векторного поля. Соленоидальные векторные поля (3 пары).

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение дивергенции векторного поля.
2. Как она обозначается?
3. По какой формуле вычисляется поток векторного поля?
4. Если нормаль образует с координатными осями углы, то по какой формуле можно вычислять поток?
5. Запишите основные свойства потока.
6. Дайте определение дивергенции векторного поля.
7. Что такое стоки и источники?
8. По какой формуле вычисляется дивергенция? Какие формулы верны для вычисления дивергенции в криволинейных координатах?
9. Перечислите основные свойства дивергенции.
10. Какое поле называется соленоидальным?
11. Чему равны коэффициенты Ламэ?
12. Какие величины являются осями сферической и цилиндрической системы координат?

- *Заданиедля работы в аудитории*:

1. Вычислить дивергенцию поля $\vec{a} = x\vec{i}$ и определить, соленоидально ли оно. Вычислить поток поля.

2. Вычислить поток векторного поля $\vec{a} = 8x\vec{i} + 11y\vec{j} + 17z\vec{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $z = 1 - x^2 - y^2$, расположенной над плоскостью xOy, используя формулу Гаусса-Остроградского.

- *Заданиедля самостоятельно работы*:

Задание 1: для следующих векторных полей вычислить дивергенцию в точках M, определить, является ли поле соленоидальным. Вычислить поток поля. Выяснить наличие у поля источников или стоков.

Вариант №1. $\vec{a} = x(z^2 - y^2)\vec{i} + y(x^2 - z^2)\vec{j} + z(y^2 - x^2)\vec{k}$, M (1,3,-1).

Вариант №2. $\vec{a} = (1 + 2xy)\vec{i} - y^2 z\vec{j} + (z^2 y - 2xy + 1)\vec{k}$, M(1,1,1).

Вариант №3. $\vec{a} = x\vec{i}$, M (0,0,-2).

Вариант №4. $\vec{a} = (x^2 - y)\vec{i} + (y^2 - x)\vec{j}$, M (0,0,0).

Вариант №5. $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, M (-1, 2,1).

Вариант №6. $\vec{a} = (xy + xz)\vec{i} + (yz + xz)\vec{j} + (xy + xz)\vec{k}$, M (-1,-1,1).

Вариант №7. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$, M (0, -1,1).

Вариант №8. $\vec{a} = \frac{x}{y}\vec{i} + \frac{y}{z}\vec{j} + \frac{x}{z}\vec{k}$, M (1,1,-1).

Вариант №9. $\vec{a} = y\vec{j}$, M (1,1,1).

Вариант №10. $\vec{a} = z\vec{i}$, M (0,0,-2).

Задание 2: вычислить поток векторного поля $\vec{a}$ через указанные поверхности, используя формулу Гаусса-Остроградского.

Вариант №1. $\vec{a} = x(z^2 - y^2)\vec{i} + y(x^2 - z^2)\vec{j} + z(y^2 - x^2)\vec{k}$ через поверхность $y^2 = 4 - (x-1)^2 - z^2$ (0 ≤z≤ 1).

Вариант №2. $\vec{a} = (1 - 2xy)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ через поверхность $S: x^2 + y^2 = z^2\ (0 \le z \le 4)$.

Вариант №3. $\vec{a} = z^2\vec{i} + xz\vec{j} + y\vec{k}$ через поверхность $x^2 + y^2 = 4 - z\ (z \ge 0)$.

Вариант №4. $\vec{a} = (y^2 + z^2)\vec{i} - y^2\vec{j} + 2yz\vec{k}$ через поверхность $x^2 + z^2 = y^2\ (0 \le y \le 1)$.

Вариант №5. $\vec{a} = \left(\frac{x^2 y}{1 + y^2} + 6yz^2\right)\vec{i} + 2x\,arctg y\vec{j} - \frac{2xz(1 + y) + 1 + y^2}{1 + y^2}\vec{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $z = 1 - x^2 - y^2$, расположенную над плоскостью xOy.

Вариант №6. $\vec{a} = (xy + xz)\vec{i} + (yz + xz)\vec{j} + (xy + xz)\vec{k}$ через поверхность $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ (0 ≤z≤ 2).

Вариант №7. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ через поверхность $y^2 = 4 - (x-1)^2 - z^2$ (0 ≤y≤ 1).

Вариант №8. $\vec{a} = \frac{x}{y}\vec{i} + \frac{y}{z}\vec{j} + \frac{x}{z}\vec{k}$ через поверхность $x^2 + y^2 = 4 - z\ (1 \le z \le 2)$.

Вариант №9. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y\vec{j}$ через поверхность $x = y^2 + z^2\ (0 \le x \le 2.5)$.

Вариант №10. $\vec{a} = z\vec{i}$ через поверхность $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = -\frac{z^2}{5}$ (0 ≤x≤ 2).

Тема 7. Ротор векторного поля. Потенциальные векторные поля (2 пары).

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение ротора векторного поля.

2. Как он обозначается?
3. Запишите формулу ротора как объемной производной.
4. Запишите основные свойства ротора.
5. Какое поле называется безвихревым?
6. Какие формулы верны для вычисления ротора в криволинейных координатах?
7. Какое поле называется потенциальным?
8. Какое условие должно выполняться, что векторное поле, заданное в односвязной области было потенциальным?
9. Чему равны коэффициенты Ламэ?
10. Какие величины являются осями сферической и цилиндрической системы координат?
11. Как задать координаты векторного поля в данной библиотеке?
12. Какая функция вычисляет ротор векторного поля?

- *Заданиедля работы в аудитории*: вычислить ротор поля $\vec{a} = \rho^2 \vec{e}_\rho + \varphi \sin \rho \vec{e}_\varphi + z^3 \vec{e}_z$ и определить, потенциально ли поле.

- *Заданиедля самостоятельно работы*: для следующих векторных полей вычислить ротор и определить, является ли поле потенциальным. Построить векторные линии векторного поля.

Вариант №1. $\vec{a} = (x+z)\vec{i} + (y+z)\vec{j} + (x^2+z)\vec{k}$.

Вариант №2. $\vec{a} = (x^2+y^2)\vec{i} + (y^2+z^2)\vec{j} + (z^2+x^2)\vec{k}$.

Вариант №3. $\vec{a} = \frac{1}{2}(-y^2\vec{i} + x^2\vec{j})$.

Вариант №4. $\vec{a} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$.

Вариант №5. $\vec{a} = z^3\vec{i} + y^3\vec{j} + x^3\vec{k}$.

Вариант №6. $\vec{a} = \left(\frac{z}{x^2} + \frac{1}{y}\right)\vec{i} + \left(\frac{x}{y^2} + \frac{1}{z}\right)\vec{j} + \left(\frac{y}{z^2} + \frac{1}{x}\right)\vec{k}$.

Вариант №7. $\vec{a} = \ln(1+z^2)\vec{i} + \ln(1+x^2)\vec{j} + xz\vec{k}$.

Вариант №8. $\vec{a} = yz\cos xy\vec{i} + xz\cos xy\vec{j} + \sin xy\vec{k}$.

Вариант №9. $\vec{a} = \frac{1}{3}(x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + xz^3\vec{k})$.

Вариант №10. $\vec{a} = (2xy+z^2)\vec{i} + (2yz+x^2)\vec{j} + (2xz+y^2)\vec{k}$.

Тема 8. Векторный и скалярный потенциалы (2 пары).

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое векторный потенциал векторного поля?
2. Что такое скалярный потенциал векторного поля?
3. Какому условию удовлетворяет векторный потенциал?

- *Заданиедля работы в аудитории*: вычислить скалярный и векторный потенциалы векторного поля $u = \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

- *Заданиедля самостоятельно работы*: для следующих векторных полей вычислить скалярный и векторный потенциалы.

Вариант №1. $\vec{a} = 2y\vec{i} - z\vec{j} + 2x\vec{k}$.

Вариант №2. $\vec{a} = (e^x - e^y)\vec{k}$.

Вариант №3. $\vec{a} = 6y^2\vec{i} + 6z\vec{j} + 6x\vec{k}$.

Вариант №4. $\vec{a} = ye^x\vec{i} + 2yz\vec{j} - (2xyze^{x^2} + z^2)\vec{k}$.

Вариант №5. $\vec{a} = 2y\vec{i} - z\vec{j} + 2x\vec{k}$.

Вариант №6. $\vec{a} = \vec{i}$.

Вариант №7. $\vec{a} = 6x\vec{i} - 15y\vec{j} + 9z\vec{k}$.

Вариант №8. $\vec{a} = 5x^2y\vec{i} - 10xyz\vec{k}$.

Вариант №9. $\vec{a} = 2\cos xz\vec{j}$.

Вариант №10. $\vec{a} = \dfrac{-y\vec{i} + x\vec{j}}{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 > 0$.

Тема 9. Контрольная работа.

Примерные задания:

1.: Для векторного поля $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, построить векторные линии, проходящие через заданные точки A(1,2,3), B(-1,0,1), C(0,0,1).

2. Вычислить циркуляцию $\vec{a} = -y^3\vec{i} + x^3\vec{j}$ вдоль эллипса $L: \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

3. Для скалярного поля $u = 2x - y + 4z$ посчитать градиент и производную по направлению в точках M(1,3,-1), построить поверхности уровня и градиент скалярного поля.

4. Для векторного поля $\vec{a} = x(z^2 - y^2)\vec{i} + y(x^2 - z^2)\vec{j} + z(y^2 - x^2)\vec{k}$ вычислить дивергенцию в точках M(1,3,-1), определить, является ли поле соленоидальным. Вычислить поток поля. Выяснить наличие у поля источников или стоков.

5. Для векторного поля $\vec{a} = (x+z)\vec{i} + (y+z)\vec{j} + (x^2 + z)\vec{k}$ вычислить ротор и определить, является ли поле потенциальным. Построить векторные линии векторного поля.

6.2. Внеаудиторная самостоятельная работа

Методическое сопровождение практических занятий по дисциплине:

Самостоятельная работа студентов по изучению дисциплины «Векторный анализ и элементы теории поля» предусматривает следующие виды деятельности студентов:

- Изучение теоретического материала по рекомендованной литературе.
- Решение домашних заданий с целью подготовки к контрольной работе.

Контроль самостоятельной работы осуществляется по графику:

- Контроль за выполнением домашних заданий;
- Экспресс-опросы;
- Проверка аудиторной контрольной работы в течение одной недели после ее выполнения;

7. Примерная тематика курсовых работ

8. Перечень вопросов наэкзамен:

1. Поверхностные интегралы I рода. Теорема существования.
2. Двусторонние и односторонние поверхности. Сторона поверхности.
3. Поверхностные интегралы II рода. Теорема существования.
4. Связь между поверхностными интегралами I и II рода.
5. Малая формула Остроградского. Формула Остроградского.
6. Формула Стокса.
7. Скаляр. Скалярное поле.
8. Поверхности уровня скалярного поля.
9. Градиент скалярного поля.
10. Производная по направлению скалярного поля.
11. Градиент скалярного поля, его свойства. Оператор Гамильтона.
12. Скалярное поле в цилиндрических координатах.
13. Скалярное поле в сферических координатах.
14. Вектор. Основные понятия векторного поля.
15. Дивергенция векторного поля. Свойства дивергенции.
16. Поток векторного поля.
17. Теорема Остроградского.
18. Дивергенция и поток векторного поля в цилиндрических координатах.
19. Дивергенция и поток векторного поля в сферических координатах.
20. Ротор векторного поля.
21. Линейный интеграл векторного поля.
22. Циркуляция векторного поля.
23. Теорема Стокса.
24. Ротор и линейный интеграл векторного поля в цилиндрических координатах.
25. Ротор и линейный интеграл векторного поля в сферических координатах.
26. Потенциальное векторное поле.
27. Соленоидальное векторное поле.
28. Дифференциальные операции первого порядка. Свойства.
29. Дифференциальные операции второго порядка. Свойства.

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение

9.1. Основная литература

1. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 3. Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля : учебное пособие / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юруть ; под редакцией А. П. Рябушко. — Минск : Вышэйшая школа, 2013. — 367 с. — ISBN 978-985-06-2222-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/20211.html (дата обращения: 03.04.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Пастухов, Д. И. Элементы теории поля : учебное пособие / Д. И. Пастухов, Н. В. Кулиш. — Оренбург : Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 92 с. — ISBN 978-5-7410-1533-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/69978.html (дата обращения: 06.02.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Математика. Часть 8. Теория поля : учебное пособие / О. А. Кеда, Л. П. Мохрачева, Е. М. Пампура [и др.]. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 112 с. — ISBN 978-5-7996-1159-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/68439.html (дата обращения: 27.01.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4. Мартынова, И. А. Введение в теорию поля и ее приложения : монография / И. А. Мартынова, И. Г. Машин, В. Н. Фомченко. — Саров : Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ, 2014. — 108 c. — ISBN 978-5-9515-0262-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/60840.html (дата обращения: 18.12.2019). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

5. Борчердс, Р. Е. Квантовая теория поля / Р. Е. Борчердс ; перевод А. Я. Мальцев. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2006. — 96 c. — ISBN 978-5-93972-627-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/16540.html (дата обращения: 07.02.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

6. Тюрин, А. Н. Квантование, классическая и квантовая теории поля и тэта-функции / А. Н. Тюрин ; перевод А. Н. Тюрин ; под редакцией А. Л. Городенцев. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2003. — 168 c. — ISBN 5-93972-284-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/16539.html (дата обращения: 07.02.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

9.2. Дополнительная литература:

1. Марчук, Н. Г. Уравнения теории поля и алгебры Клиффорда / Н. Г. Марчук. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2009. — 304 c. — ISBN 978-5-93972-761-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/16648.html (дата обращения: 01.01.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Борчердс, Р. Е. Квантовая теория поля / Р. Е. Борчердс ; перевод А. Я. Мальцев. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2006. — 96 c. — ISBN 978-5-93972-627-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/16540.html (дата обращения: 07.02.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Высшая математика. Том 4. Дифференциальные уравнения. Ряды. Ряды Фурье и преобразование Фурье. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных. Теория поля : учебник / А. П. Господариков, М. А. Зацепин, Г. А. Колтон [и др.] ; под редакцией А. П. Господариков. — Санкт-Петербург : Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2015. — 213 c. — ISBN 978-5-94211-713-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/71690.html (дата обращения: 04.04.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

4. Марчук, Н. Г. Уравнения теории поля и алгебры Клиффорда / Н. Г. Марчук. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2009. — 304 c. — ISBN 978-5-93972-761-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/16648.html (дата обращения: 01.01.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

9.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет,программное обеспечение: электронная библиотека, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные программы в электронном виде, электронные учебники, учебная обязательная и дополнительная литература.

9.4. Информационные технологии: http://moodle3.kamgpu.ru/enrol/index.php?id=27

10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения дисциплины. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения дисциплины осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося.

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и навыков), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Распределение баллов, составляющих основу оценки работы студента по изучению дисциплины «Векторный анализ» в четвертом семестре

- посещение занятий	93 балла (по 3 балла за каждое лекционное и практическое занятие, кроме контрольной работы);
- текущий контроль	24 балла (по 3 балла за выполнение домашнего задания по каждому разделус экспресс-опросом по его материалу);
- рубежный контроль	23 баллов (контрольная работа)
- экзамен	20 баллов
Итого:	160 баллов.

Название	Уровень сформированности компетенций	Сумма баллов	Числовой эквивалент
Зачтено (отлично)	Высокий	123 - 160	5
Зачтено (хорошо)	Базовый	97 - 122	4
Зачтено (удовлетворительно)	Пороговый	75 - 96	3
Не зачтено (неудовлетворительно)	Компетенция не сформирована	0 - 74	2

11. Материально-техническая база

Учебно-методическое, материально-техническое и информационное обеспечение дисциплины: электронная библиотека www.iprbookshop.ru, электронные учебники, учебная обязательная и дополнительная литература, учебно-методический комплекс по дисциплине, локальная сеть КамГУ им. Витуса Беринга, учебные специализированные аудитории с оборудованием. В рамках изучения дисциплины применяется доска, мультимедийный проектор для демонстрации презентаций и видеоматериалов.