

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Меркулов Евгений Сергеевич

Должность: и.о. декана

Дата подписания: 31.03.2022 11:28:10

Уникальный программный ключ:

39428e82d614a3cd984f917b018f0fd2c07182daabc77db685db2d16370f6e7c

ОПОП

Рабочая программа дисциплины ФТД.02 «Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль

СМК-РПД-В1.П2-2021

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный университет имени Витуса Беринга»

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (КУРСА, МОДУЛЯ)

### *ФТД.02 «Интегральные уравнения»*

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль подготовки:** общий

**Год набора:** 2021

**Квалификация выпускника:** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Курс** 3 **Семестр** 5

**Зачет:** 5 семестр

Петропавловск-Камчатский, 2021г.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

Рабочая программа составлена с учетом требований федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.0.02Прикладная математика и информатика, утвержденного Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9.

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и задачи освоения дисциплины .....	4
2. Место дисциплины в структуре ОП ВО .....	4
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине .....	4
4. Содержание дисциплины .....	4
5. Тематическое планирование.....	4
3 семестр.....	<b>Ошибка! Закладка не определена.</b>
7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ.....	7
8. Перечень вопросов на зачет, экзамен .....	7
9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	8
10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента .....	9

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

### 1.Цель и задачи освоения дисциплины

*Целью освоения дисциплины* является изучение однородных и неоднородных линейных интегральных уравнений и их свойств, на основе которых создаются математические модели физических явлений и законов в линейном приближении; изучение понятия функционала и его свойств, представляющих собой математическую основу фундаментальных физических законов.

*Задачи освоения дисциплины:* изучение и овладение методами решения интегральных уравнений; изучение понятия функционала; изучение методов и приемов математических доказательств теорем и утверждений; формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний при исследовании и построении математических моделей; овладение студентами знаниями по применению интегральных уравнений и вариационного исчисления в различных разделах физики при исследовании физических явлений.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к блоку Б1 дисциплин базовой части учебного плана. Для освоения данной дисциплины студент должен обладать знаниями по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Векторный и тензорный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теоретическая механика», «Интегральные преобразования», «Функциональный анализ», «Численные методы».

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

Наименование категории (группы) компетенций	Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения универсальных компетенций
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает классические математические модели, применяемые в различных областях человеческой деятельности. ОПК-3.2. Умеет модифицировать классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Имеет опыт применения методов математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности.

### 4. Содержание дисциплины

Тема №1. Уравнения Вольтерра I рода. Однородные и неоднородные. Методы решения.  
Тема №2. Уравнения Фредгольма I рода. Однородные и неоднородные. Методы решения.  
Тема №3. Уравнения Вольтерра II рода. Резольвента уравнения Вольтерра II рода, повторные ядра для этого случая. Интегральное уравнение Вольтерра I рода. Сведение его к уравнению II рода. Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения n-порядка к уравнению Вольтерра II рода.

ОПОП	СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль	

Тема №4. Уравнения Фредгольма II рода. Определение собственного значения и собственной функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейным интегральным уравнением и системой линейных алгебраических уравнений. Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений. Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством). Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение

Тема №5. Приближенные методы решения интегральных уравнений. Метод последовательных приближений для решения ИУ. Теорема о существовании и единственности решения ИУ в случае достаточной малости параметра  $\lambda$  (с доказательством на основании теоремы о неподвижной точке оператора). Интегральные преобразования.

## 5. Тематическое планирование

### Модули дисциплины

№	Наименование модуля	Лекции	Практики/ семинары	Лабораторные	Сам. работа	Всего, часов
1	Интегральные уравнения	10	10	0	52	72
	Всего	10	10	0	52	72

### Тематический план

№ те- мы	Тема	Кол-во часов	Компе- тенции по теме
	<i>Лекции</i>		
1	Уравнения Вольтерра I рода	2	ОПК-3
2	Уравнения Фредгольма I рода	2	ОПК-3
3	Уравнения Вольтерра II рода	2	ОПК-3
4	Уравнения Фредгольма II рода	2	ОПК-3
5	Приближенные методы решения интегральных уравнений	2	ОПК-3
	<i>Практические занятия</i>		
1	Решение уравнения Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра	2	ОПК-3
2	Интегральные уравнения Фредгольма	2	ОПК-3
3	Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений	2	ОПК-3
4	Интегральные уравнения: 1-го рода	2	ОПК-3

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

5	Приближенные методы решения интегральных уравнений	2	ОПК-3
	<i>Самостоятельная работа</i>		
1	Метод последовательных приближений для решения ИУ.		ОПК-3
2	Резольвента.		ОПК-3
3	Уравнение Вольтерра II рода.		ОПК-3
4	Резольвента уравнения Вольтерра II рода.		ОПК-3
6	Случай ИУ Фредгольма II рода с симметричным ядром.		ОПК-3

### 6. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа включает две составные части: аудиторная самостоятельная работа и внеаудиторная.

Самостоятельная аудиторная работа включает выступление по вопросам практических занятий, выполнение практических заданий.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов заключается в следующих формах:

- выполнение практических заданий;
- подготовка сообщений по вопросам практических занятий.

#### 6.1. Темы практических занятий

Практическая работа №1. Решение уравнения Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра

Практическая работа №2. Интегральные уравнения Фредгольма

Практическая работа №3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений

Практическая работа №4. Интегральные уравнения: 1-го рода

Практическая работа №5. Приближенные методы решения интегральных уравнений

#### 6.2. Внеаудиторная самостоятельная работа

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы	Форма СР	Трудоемкость (час.)
1	Интегральные уравнения	Метод последовательных приближений для решения ИУ.	Конспект, решение задач	10
2		Резольвента.	Конспект, решение задач	8
3		Уравнение Вольтерра II рода.	Конспект, решение за-	10

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02 «Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, общий профиль		

			дач	
4		Резольвента уравнения Вольтерра II рода.	Конспект, решение задач	8
5		Случай ИУ Фредгольма II рода с симметричным ядром.	Конспект, решение задач	8
6		Метод последовательных приближений для решения ИУ.	Конспект, решение задач	8
Итого				52

### 7. Примерная тематика контрольных работ, курсовых работ

Учебным планом контрольные работы и курсовые работы по дисциплине ФТД.02 «Интегральные уравнения» не предусмотрены.

### 8. Перечень вопросов на промежуточную аттестацию

#### *Примерный перечень вопросов на зачет:*

1. Определение интегрального уравнения (ИУ), линейного ИУ, классификация линейных интегральных уравнений. Ядро, свободный член ИУ, требования к ядру и свободному члену. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям (к уравнению Вольтерра и уравнению Фредгольма).
2. Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -порядка к уравнению Вольтерра II рода.
3. Интегральное уравнение Фредгольма II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейными интегральными уравнениями и системой линейных алгебраических уравнений.
4. Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений.
5. Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством).
6. Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение такого уравнения к системе алгебраических уравнений. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение.
7. Теорема Фредгольма об альтернативе (с доказательством).
8. Вторая теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет только тривиальное решение) (с доказательством).
9. Третья теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет нетривиальное решение) (с доказательством).
10. Теорема об одинаковом числе линейно независимых решений однородного и сопряженного к нему интегральных уравнений (с доказательством). Нахождение комплексного решения интегрального уравнения в случае комплексного ядра и свободного члена.
11. Определение интегрального уравнения (ИУ), линейного ИУ, классификация линейных интегральных уравнений. Ядро, свободный член ИУ, требования к ядру и свободному члену. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям (к уравнению Вольтерра и уравнению Фредгольма).

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

12. Сведение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения  $n$ -порядка к уравнению Вольтерра II рода.
13. Интегральное уравнение Фредгольма II рода. Собственные значения и собственные функции ядра интегрального уравнения. Операторная форма интегрального уравнения. Аналогия между линейным интегральным уравнением и системой линейных алгебраических уравнений.
14. Однородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение его решения к решению системы алгебраических уравнений.
15. Теорема о конечном числе собственных значений вырожденного ядра (с доказательством).
16. Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с вырожденным ядром. Сведение такого уравнения к системе алгебраических уравнений. Определитель Фредгольма, сопряженное к данному интегральное уравнение.
17. Теорема Фредгольма об альтернативе (с доказательством).
18. Вторая теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет только тривиальное решение) (с доказательством).
19. Третья теорема Фредгольма (случай, когда однородное уравнение имеет нетривиальное решение) (с доказательством).
20. Теорема об одинаковом числе линейно независимых решений однородного и сопряженного к нему интегральных уравнений (с доказательством). Нахождение комплексного решения интегрального уравнения в случае комплексного ядра и свободного члена.
21. Метод последовательных приближений для решения интегрального уравнения.
22. Теорема о существовании и единственности решения интегрального уравнения в случае достаточной малости параметра  $\lambda$  (с доказательством на основании теоремы о неподвижной точке оператора).
23. Резольвента интегрального уравнения. Свойства резольвенты.
24. Резольвента интегрального уравнения в случае вырожденного ядра.
25. Случай ядра интегрального уравнения, близкого к вырожденному. Сведение интегрального уравнения с таким ядром к уравнению с вырожденным ядром.
26. Уравнение Вольтерра II рода. Теорема об отсутствии собственных значений уравнения Вольтерра II рода.
27. Нахождение решения уравнения Вольтерра II рода методом последовательных приближений.
28. Резольвента уравнения Вольтерра II рода, повторные ядра для этого случая.
29. Интегральные уравнения Вольтерра I и II рода. Связь между ними.
30. Интегральное уравнение Фредгольма II рода с симметричным ядром. Свойства собственных значений и собственных функций такого ядра. Формула Шмидта для решения уравнения с симметричным ядром.

## **9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 9.1. Основная учебная литература:

1. Скопин В.А. Функциональный анализ и интегральные уравнения : методические указания к самостоятельной работе / Скопин В.А., Седых И.А.. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 17 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/55174.html> (дата обращения: 14.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей



ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

2. Лошкарев А.И. Интегральные преобразования и операционное исчисление : методические указания к выполнению домашнего задания / Лошкарев А.И., Облакова Т.В.. — Москва : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2007. — 74 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/31410.html> (дата обращения: 14.03.2021). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

### 9.2. Дополнительная учебная литература:

Краснов М.Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 3-е, испр. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 192 с.

### 9.3. Интернет-ресурсы:

1. Научная электронная библиотека Elibrary.ru – <http://elibrary.ru>
2. Математический портал Math-Net – <http://mathnet.ru>
3. Академия Google - <https://scholar.google.ru/>
4. видеолекции на канале Постнаука youtube.com

## 10. Формы и критерии оценивания учебной деятельности студента

На основании разработанной компетентностной модели выпускника образовательные цели представлены в виде набора компетенций как планируемых результатов освоения образовательной программы. Определение уровня достижения планируемых результатов освоения образовательной программы осуществляется посредством оценки уровня сформированности компетенции и оценки уровня успеваемости обучающегося по пятибалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено»).

Основными критериями оценки в зависимости от вида работы обучающегося являются: сформированность компетенций (знаний, умений и владений), степень владения профессиональной терминологией, логичность, обоснованность, четкость изложения материала, ориентирование в научной и специальной литературе.

Критерии оценивания уровня сформированности компетенций и оценки уровня успеваемости обучающегося

### Текущий контроль

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения модулей дисциплины (оценка)	Критерии оценивания отдельных видов работ обучающихся		
		Устный/письменный опрос	Отчет по практической работе	Выполнение заданий самостоятельной работы
Высокий	отлично	Обучающийся ответил на все вопросы и продемонстрировал полноту знаний по	Содержит все задания лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на все основные вопросы, а также продемонстрировал свободное владение материалом при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент свободно владеет

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

		изучаемому материалу	ниями	теоретическим материалом, безошибочно применяет его при решении задач, сформулированных в задании
Базовый	хорошо	Обучающийся ответил на большую часть вопросов и продемонстрировал понимание изучаемого материала	Содержит большинство заданий лабораторной работы, оформлен в соответствии с требованиями	Студент безошибочно ответил на основные вопросы, но не точно или не в полном объеме раскрыл дополнительные вопросы; работа выполнена в полном объеме и в точном соответствии с требованиями; студент твердо владеет теоретическим материалом, может применять его самостоятельно или по указанию преподавателя
Пороговый	удовлетворительно	Ответ обучающегося содержал ошибки и недочеты	Содержит меньшую часть заданий лабораторной работы, оформление не соответствует требованиям	Студент затрудняется в ответах на вопросы и отвечает только после наводящих вопросов, демонстрирует слабое знание при ответе на дополнительные вопросы; работа выполнена в основном правильно, но без достаточно глубокой проработки некоторых разделов; студент усвоил только основные разделы теоретического материала и по указанию преподавателя применяет его практически; на вопросы отвечает неуверенно или допускает ошибки
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно	Обучающийся не ответил на поставленные вопросы	Отчет не предоставлен	Студент не ответил ни на один вопрос; работа не выполнена

### Промежуточная аттестация

Уровень сформированности компетенции	Уровень освоения дисциплины	Критерии оценивания обучающихся (работ обучающихся)
		зачет
Высокий	отлично (зачтено)	Студент показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений
Базовый	хорошо (зачтено)	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности
Пороговый	удовле-	Студент показал фрагментарный, разрозненный характер зна-

ОПОП		СМК-РПД-В1.П2-2021
Рабочая программа дисциплины ФТД.02«Интегральные уравнения» для направления подготовки 01.03.02Прикладная математика и информатика, общий профиль		

	твори-тельно (зачтено)	ний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации
Компетенции не сформированы	неудовлетворительно (не зачтено)	Студент не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач

### 11. Материально-техническая база

Аудитория вместимостью не менее 20 человек для лекционных и практических занятий, компьютеры с установленным программным обеспечением Maple, а также оснащенный современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации (проектор), получения и передачи электронных документов.